

Design of a Secure Two-Party Protocol Based on the Expanded Cut-and-Choose Bilateral Oblivious Transfer

M. Azizi^{1*}, S. Ghorbanzadeh Havestini²

*Imam Hossein University

(Received: 12/09/2019, Accepted: 22/02/2021)

ABSTRACT

In the secure two-party computation, two parties wish to jointly compute a function with of their private inputs, while revealing only the output. Yao's garbled circuit protocol is a classic and solution to this problem. It is well-known that Yao's protocol is vulnerable to malicious behavior by its participants. The general approach as cut-and-choose techniques that proposes to solve this vulnerabilities, but cut-and-choose techniques creates new problems within itself including of selective failure attack and consistency inputs. In this paper we present a secure two party computation based on expanded cut-and-choose bilateral oblivious transfer protocol and show that proposed protocol solve selective failure attack and consistency inputs in addition our protocol is significantly more efficient and far simpler than previous works in computation complexity, symmetric encryption operations, bandwidth, and error probability by input recovery achieve.

Keywords: Two-Party Computation, Cut-and-Choose, Garbled Circuit, Oblivious Transfer

*Corresponding Author Email: mahdiazizi@ihu.ac.ir

طراحی پروتکل محاسبات دوبخشی امن مبتنی بر انتقال کور دو طرفه

مهدی عزیزی^{۱*}، سجاد قربانزاده هاوستین^۲

۱- استادیار، ۲- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه امام حسین^(ع)

(دریافت: ۱۳۹۹/۰۶/۲۲، پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۰۴)

چکیده

پروتکل محاسبات امن دوبخشی، محاسبه مشترک تابع زمان چند جمله را برای دو عامل p_1 و p_2 با حفظ محرمانگی ورودی‌ها، میسر می‌کند. یائو^۱ اولین پروتکل محاسبات امن دوبخشی، در الگوی عامل نیمه صادق را معرفی کرد. نشان داده شد که پروتکل یائو برابر مهاجم مخرب آسیب‌پذیر هست. برای برطرف شدن این آسیب‌پذیری روش برش-انتخاب در توسعه این پروتکل معرفی گردید. در پژوهش‌های بعدی نشان داده شد که استفاده از این روش از نظر پیچیدگی ارتباط و محاسبات، چالش‌هایی را ایجاد می‌کند. از مشکلات روش برش-انتخاب، تعداد مدارهای ساخته شده برای رسیدن به احتمال خطای موردنظر و آسیب‌پذیری در برابر حمله شکست انتخاب و سازگاری ورودی‌ها است. در این مقاله، پروتکل محاسبات دوبخشی امن مبتنی بر اولیه جدید انتقال کور برش-انتخاب دوطرفه بسط یافته، بر پایه مسئله سخت تصمیم دیفی هلمن طراحی شده است. نشان داده می‌شود پروتکل پیشنهادی نسبت به آسیب‌پذیری حمله شکست انتخاب و سازگاری ورودی‌ها مقاوم است، و همچنین نسبت به پروتکل‌های پیشین از نظر مولفه‌های پیچیدگی محاسبات، تعداد عملیات رمزنگاری، پهنای باند نتایج بهبود یافته است. در طراحی پروتکل با استفاده از روش بازیابی ورودی بخش عامل سازنده مدار، احتمال خطای 2^{-4} برای پروتکل نیز ایجاد شده است که برای رسیدن به احتمال خطای 2^{-40} تعداد ۴۰ مدار کافی است.

کلید واژه‌ها: محاسبات دوبخشی امن، مدارهای مبهم، روش برش-انتخاب، انتقال کور

۱- مقدمه

ورودی‌ها حفظ گردد. برای مثال: در رأی‌گیری الکترونیکی رأی هر رأی‌دهنده باید مخفی بماند،

صحت^۳: پروتکل باید تمام کاربران را متقاعد کند، خروجی به‌دست آمده صحیح محاسبه شده است. برای مثال: در رأی‌گیری الکترونیکی باید نامزدی که رأی بیشتری دارد و یا در مزایده متقاضی که قیمت بالاتری پیشنهاد داده، پیروز شود.

استقلال ورودی‌ها^۴: به این معنی که هیچ یک از طرفین نتواند ورودی خودش را به‌عنوان تابعی از ورودی بخش دیگر انتخاب کند است.

محاسبه دوبخشی ابتدا در بحث مسئله میلیونر توسط یائو مطرح گردید [۲]، اولین پروتکل محاسبه دوبخشی در سال ۱۹۸۶ توسط خود یائو [۳] و [۴] ارائه گردید. پروتکل محاسبه دوبخشی یائو، در برابر مهاجم نیمه صادق امن، و از نظر کارآمدی، ساده و خالی از فرضیات سنگین ریاضیات است، اما در برابر مهاجم مخرب ناامن و آسیب‌پذیر است. اولین پروتکل دوبخشی امن در برابر مهاجم مخرب، با استفاده از پروتکل اثبات هیچ آگاهی^۵،

محاسبات امن حجم زیادی از تحقیقات در حوزه رمزنگاری را به خود اختصاص می‌دهد. پتانسیل بالای پروتکل‌های محاسبات امن و فن‌های پیشرفته ارائه شده، جذابیت‌های فراوانی را برای تحقیق و توسعه پروتکل‌های محاسبات چند نهادی ایجاد کرده است. پروتکل‌های محاسبات چند نهادی در حوزه‌های مختلفی از جمله رأی‌گیری الکترونیکی، مزایده و مناقصه‌های الکترونیکی، دسترسی امن به پایگاه داده، حفظ حریم خصوصی و استخراج داده‌ها در ارتباط امن ماهواره‌ها و پهپادها کاربرد دارد [۱].

پروتکل‌ها محاسبات دوبخشی امن، پروتکلی برای دو بخش p_1 و p_2 با ورودی‌های خصوصی x و y برای محاسبه تابع f با حفظ مولفه‌های امنیتی مشخص، میسر می‌کند. مهم‌ترین این شاخص‌ها عبارت‌اند از:

حریم خصوصی^۲: هیچ کاربری نباید اطلاعاتی بیش از خروجی متناظر با خودش را دریافت کند، درعین حال محرمانگی

*رایانامه نویسنده مسئول: mahdiazizi@ihu.ac.ir

³ Correctness

⁴ Independence of Input

⁵ Zero-Knowledge Proof

¹ Yao

² privacy



در ادامه مقاله در بخش دوم مفاهیم اولیه و مقدمات پروتکل و الگوی اثبات امنیت محاسبات چند نهادی را معرفی و در ادامه در فصل سوم با تعریف پروتکل انتقال کور برش-انتقال دوطرفه بسط یافته، پروتکل دوبخشی پیشنهادی را بیان می‌کنیم. در بخش بعدی اثبات امنیتی پروتکل و بررسی کارآمدی پروتکل را انجام می‌دهیم. در پایان نیز با مقایسه کارآمدی پروتکل پیشنهادی با پروتکل‌های پیشین، مزیت پروتکل پیشنهادی را اثبات می‌کنیم.

۲- مفاهیم اولیه

در این بخش به صورت خلاصه مفاهیم اولیه پروتکل‌های محاسبات چند نهادی از جمله پروتکل مدارهای مبهم^۶، انتقال کور^۷ و نمونه‌های امنیتی را بیان می‌کنیم.

۲-۱- مدار مبهم

مدارهای مبهم روشی سنتی برای محاسبه امن تابع $(SFE)^A$ و برخی اهداف رمزنگاری است. در این نوع مدارها برای مخفی کردن مقدار صفر یا یک بودن بیت متناظر با هر سیم مدار بولی^۹ دو رشته تصادفی در نظر می‌گیریم. در ادامه با فرض گیت‌هایی با دو سیم ورودی، یک جدول چهار ردیفی برای هر گیت تعریف می‌شود که کلیدهای هر ردیف برای رمزنگاری نامتقارن رشته سیم خروجی گیت استفاده می‌شود. مدار مبهم برای هر تابع دو ویژگی زیر را دارند:

- برای هر سیم مدار دو کلید مبهم، یکی متناظر با مقدار بیت صفر و دیگری متناظر با مقدار بیت یک، تعریف می‌شود.
- اگر برای هر سیم مدار، مقدار کلید مبهم متناظر با مقدار بیت سیم، داده شود می‌توان به طوری که هیچ اطلاعاتی به غیر از رشته خروجی آشکار نگردد مدار مبهم را محاسبه کرد.

۲-۲- انتقال کور

انتقال کور در محاسبات دوبخشی مورد توجه ویژه است؛ پروتکل انتقال کور یک از دو، را می‌توان به شکل $(x_\sigma) \rightarrow (x_1, x_2, \sigma)$ نمایش داد. به عبارت بهتر فرستنده زوج (x_1, x_2) و گیرنده مقدار بیت σ را به عنوان ورودی در اختیار دارند؛ و نتیجه پروتکل دستیابی گیرنده به مقدار x_σ (فقط x_σ)، بدون آشکار شدن مقدار بیت σ ، است [۹] (در این مقاله برای اختصار از انتقال کور به جای

توسط گولدریچ در مقالات [۵] و [۶] ارائه شد، که از نظر کارآمدی غیرقابل اجرا و پیاده‌سازی‌اند و از نظر پیچیدگی محاسبات از فرض‌های سخت ریاضیاتی استفاده شده است. بنابراین بسیاری از پژوهشگران سعی در امن کردن پروتکل یائو در برابر مهاجم مخرب را دارند، که از نظر کارآمدی مناسب‌تر از پروتکل‌های ذکر شده است [۷].

برای مقاوم کردن پروتکل یائو در برابر رفتار مخرب و تضمین صحت مدارهای ساخته‌شده، روش برش-انتخاب^۱ در مقاله‌ی [۸] معرفی شد. روش برش-انتخاب، یک روش احتمالی است، به عبارت بهتر در واقع با این روش احتمال عدم تشخیص فریب، به مقدار قابل قبولی کاهش پیدا می‌کند. روش برش-انتخاب به این شکل است که بخش p_1 که وظیفه ساختن مدار را دارد، باید تعداد s مدار مستقل از هم و متناظر با تابع f را بسازد و برای بخش p_2 بفرستد، سپس بخش p_2 به طور تصادفی تعدادی از s مدار دریافتی را انتخاب و از بخش p_1 تقاضا می‌کند تمام کلیدهای متناظر با مدارهای منتخب را برایش بفرستد. بخش p_2 با کلیدهای دریافتی مدارهای انتخاب شده را رمزگشایی، و درستی آن‌ها را با مقایسه خروجی مدار با خروجی تابع f بررسی می‌کند. در نتیجه مطابق با بحث احتمالات، می‌توان گفت مدارات باقی‌مانده نیز با احتمال بالایی صحیح و به درستی ساخته شده‌اند. اگرچه روش برش-انتخاب روشی بصری و ساده است اما با چالش‌ها و آسیب‌پذیری‌هایی که دارد روبرو هست. اولاً به دلیل مواجهه با چندین مدار، طرفین باید روشی برای اطمینان از سازگاری^۲ بین ورودی‌ها به کار گرفته شود (در غیر این صورت، همان‌طور که در ادامه نشان داده شده است، بخش مخرب می‌تواند اطلاعات بیشتر از خروجی کسب کند). دوماً، توصیف ارائه شده از برش-انتخاب بسیار مبهم است و در هنگام اجرای دانستن جزئیات حیاتی هست، سوماً بخش p_1 مخرب، ممکن است در پروتکل انتقال کور ورودی فاسدی^۳ را ایجاد کند، به این شکل که، یکی از دو کلید متناظر با یک سیم ورودی بخش p_1 را نادرست بفرستد. اگر بخش p_2 متناظر با بیت ورودی خود، کلید فاسد را در پروتکل انتقال کور انتخاب کرده باشد، نمی‌تواند مدار مبهم را به درستی رمزگشایی کند بنابراین پروتکل را لغو^۴ می‌کند؛ و اگر بخش p_2 کلید دستکاری شده را انتخاب نکرده باشد، متوجه فریب نخواهد شد، بنابراین بخش p_1 می‌تواند یکی از بیت‌های ورودی مخفی بخش p_2 را براساس ادامه پیدا کردن یا لغو پروتکل بفهمد، به این عمل حمله شکست انتخاب^۵ گوییم.

¹ Cut-and-choose

² Consistency

³ Corrupted

⁴ Abort

⁵ Selective Failure Attack

⁶ Garbled Circuit

⁷ Oblivious Transfer

⁸ Secure Function Evaluation

⁹ Boolean Circuit

X و Y را از نظر محاسباتی تمیزناپذیر^۴ گوییم و با نماد $X \stackrel{C}{\equiv} Y$ نشان می‌دهیم اگر برای هر تابع تمایزگر زمان چندجمله‌ای احتمالی غیر یکنواخت D و مقدار $s \in S$ به اندازه کافی بزرگ، رابطه $\left| \Pr[D(X_s) = 1] - \Pr[D(Y_s) = 1] \right|$ از نظر محاسباتی ناچیز باشد آنگاه X و Y را از نظر محاسباتی تمیزناپذیر گویند.

$$|\Pr[D(X_s) = 1] - \Pr[D(Y_s) = 1]| \leq \mu(n)$$

روش استاندارد برای بررسی امنیت پروتکل چند نهادی، مقایسه خروجی بخش‌های صادق و مخرب^۵، در حالت اجرا واقعی^۶ پروتکل با خروجی حالت اجرا ایده‌آل^۷ است، که به دیگرام واقعی/ایده‌آل^۸ شناخته می‌شود. به اجرا پروتکل توسط طرفین شرکت کننده نمونه واقعی و اجرا پروتکل با کمک بخش خارجی قابل اعتماد^۹ و غیرقابل فاسد شدن، نمونه ایده‌آل گویند. در حالت ایده‌آل، تمام بخش‌ها ورودی خود را از طریق کانال امن به‌سادگی برای بخش قابل اعتماد می‌فرستند. سپس بخش قابل اعتماد طبق تابع انتخاب شده، محاسبه را انجام و خروجی متناظر با هر بخش شرکت کننده را به‌طور مستقل و مخفیانه برایش می‌فرستد. در حالت واقعی، هیچ بخش خارجی قابل اعتماد وجود ندارد و بخش‌ها پروتکل را به‌طور مشترک بدون کمک خارجی اجرا می‌کنند. اگر اجرا واقعی پروتکل به‌وسیله بخش‌ها بتواند تضمین کند که هیچ مهاجمی نیست که بتواند اطلاعاتی بیش از آنچه که در حالت ایده‌آل می‌تواند کسب کند، به‌دست آورد، در نتیجه می‌گویند پروتکل امن است [۱۰].

بخش‌های p_1 و p_2 به‌ترتیب ورودی x و y و مهاجم A ورودی کمکی z را انتخاب می‌کنند. بخش صادق p_1 ورودی خود و بخش فاسد p_2 که توسط مهاجم A کنترل می‌شود می‌تواند لغو^{۱۰} یا مقدار دلخواهی را به‌عنوان ورودی، به بخش قابل اعتماد بفرستد. بنابراین اگر ورودی مهاجم A لغو باشد، بخش قابل اعتماد لغو را به‌عنوان خروجی را برای بخش صادق می‌فرستد، در غیر این صورت خروجی تابع را دریافت خواهد کرد. اجرا ایده‌آل تابع f با ورودی (x, y) و مقدار کمکی z و مولفه امنیتی n به‌صورت $IDEAL_{f,A(z),i}(x, y, n)$ نمایش داده می‌شود. در نمونه واقعی که طرفین، پروتکل π را اجرا می‌کنند. در این حالت، مهاجم A تمام پیام‌ها را به‌جای بخش فاسد ارسال می‌کند و می‌تواند یک راهبرد حمله زمان چند جمله‌ای دلخواه را دنبال کند. اجرا واقعی پروتکل را به صورت $REAL_{f,A(z),i}(x, y, n)$ نمایش می‌دهیم که

انتقال کور یک از دو استفاده می‌شود). کلیت پروتکل انتقال کور یک از دو به‌صورت زیر است:

- ورودی‌ها
 - ورودی فرستنده دو رشته $x_1, x_2 \in \{0,1\}^n$ است.
 - ورودی گیرنده بیت σ است.
- خروجی
 - فرستنده خروجی ندارد.
 - گیرنده مقدار x_σ را به‌دست می‌آورد، بدون فهمیدن $x_{1-\sigma}$.

۲-۳- الگوهای امنیتی

در محاسبات دویخی مهاجمین با توجه به توانایی و اختیاراتی که دارند به دودسته مهاجم نیمه صادق و مخرب تقسیم می‌شوند.

مهاجم نیمه صادق^۱: بخش‌های فاسد شده توسط این نوع مهاجم به‌طور کامل از روند و دستورات پروتکل پیروی می‌کنند اما مهاجم با اطلاعاتی که از بخش فاسد شده به‌دست می‌آورد تلاش دارد تا به حریم خصوصی دیگر بخش‌ها تجاوز کند.

مهاجم مخرب^۲: بخش فاسد شده توسط مهاجم مخرب با روش‌های دلخواه سعی در منحرف کردن پروتکل و اخلال در تضمین ویژگی‌های امنیتی و تغییر خروجی به مقدار مدنظر خودش را دارد. در حالت کلی امنیت را در حضور مهاجم مخرب بررسی می‌کنیم تا اطمینان حاصل شود هیچ مهاجمی حمله موفقیت‌آمیزی نتواند انجام دهد [۹].

برای بررسی تعاریف ریاضی امنیت در حضور مهاجمین دانستن دو تعریف زیر حیاتی می‌باشد.

تعریف ۱-۲: با در نظر گرفتن n به‌عنوان طول ورودی و مولفه امنیتی، تابع $\mu(\cdot)$ را در n ناچیز^۳ گوییم اگر برای هر چند جمله‌ای $p(\cdot)$ و مقادیر بزرگ n مقدار $\mu(n) < \frac{1}{p(n)}$ برقرار باشد.

تعریف ۲-۲: فرض کنید برای مقدار نامتناهی^۴ s گروه‌های توزیع شده $X = \{X_s\}_{s \in S}$ و $Y = \{Y_s\}_{s \in S}$ را داریم. دو مجموعه

⁴ Indistinguishable

⁵ Malicious

⁶ Real

⁷ Ideal

⁸ Ideal/Real Simulation Paradigm

⁹ External Trusted Party

¹⁰ Abort

¹ Semi-Honest

² Malicious

³ Negligible

۱- مقابله با حمله شکست انتخاب: نقطه ضعف اصلی پروتکل‌های محاسبات دویخی که سبب آسیب‌پذیری در مواجهه با حمله شکست انتخاب^۵ می‌شود، جدا بودن گام اجرا اولیه انتقال کور، از گام اجرا روش برش-انتخاب است [۱۲]. به بیان بهتر با فرض مخرب بودن بخش p_1 ، اگر چنانچه بخش p_1 در انتقال کور، کلیدهای متناظر با بیت صفر را در اولین سیم ورودی بخش p_1 ، در تمام مدارها را نادرست انتخاب و باقی‌مانده کلیدها را صحیح انتخاب کند. در ادامه اگر مقدار بیت اول ورودی بخش p_1 صفر باشد، کلیدهای نادرست و اگر یک باشد کلیدهای صحیح را دریافت خواهد کرد. با توجه به اینکه برای مدارهای کنترل^۶ تمام زوج کلیدهای متناظر با هر سیم ورودی باید در اختیار بخش p_1 قرار گیرد، پس اگر بخش p_1 کلیدهای نادرست متناظر با اولین سیم ورودی‌اش در انتقال کور را دریافت کرده باشد با مقایسه کلیدهای در مدارات کنترل، رفتار مخرب بخش p_1 آشکار خواهد شد و بخش p_1 پروتکل را لغو خواهد کرد؛ اما اگر مقدار اولین بیت ورودی بخش p_1 یک باشد کلیدهای صحیح را دریافت و خروجی پروتکل نیز محاسبه خواهد شد. پس بخش مخرب p_1 با توجه به لغو یا پایان پروتکل می‌تواند مقدار اولین بیت ورودی بخش p_1 را بفهمد. با ارائه اولیه جدید انتقال کور برش-انتخاب، با اجرا برش-انتخاب و انتقال کور در یک مرحله، دیگر زمینه حمله شکست انتخاب از میان می‌رود. برای مثال اگر در یک سیم، کلید ورودی بخش p_1 نادرست باشد، از آنجا که حداقل یک مدار به‌عنوان مدار کنترل انتخاب خواهد شد و در مدارهای کنترل هر دو زوج کلید متناظر با هر سیم ورودی در اختیار بخش p_1 است پس رفتار فریبکارانه بخش p_1 برای بخش p_1 آشکار خواهد شد و بدون این‌که بخش p_1 از بیت ورودی بخش p_1 اطلاعاتی کسب کند، پروتکل را لغو خواهد کرد، بنابراین لغو یا ادامه پروتکل برای بخش p_1 سودی نخواهد داشت.

۲- سازگاری ورودی‌ها^۷: از چالش‌های اصلی روش برش-انتخاب، لزوم اثبات استفاده از ورودی یکسان در مدارات ارزیابی، است. به بیان دیگر، بخش p_1 می‌تواند کلیدهای متناظر با x های متفاوتی را در مدارات ارزیابی استفاده کند. در پروتکل انتقال کور برش-انتخاب دوطرفه، با توجه به اینکه بخش p_1 قبل از فرستادن تمام کلیدهای مدار، از ارزیابی یا کنترلی بودن هیچ

به‌عنوان زوج خروجی بخش صادق و مخرب در نظر گرفته می‌شود [۹].

تعریف ۲-۳: فرض کنید f و π به ترتیب تابع و پروتکل باشند، می‌گوییم پروتکل π تابع f را بدون قطع و در حضور مهاجم مخرب، به‌طور امن محاسبه می‌کند اگر برای هر مهاجم زمان چندجمله‌ای احتمالی غیریکنواخت A برای حالت واقعی، یک مهاجم زمان چندجمله‌ای احتمالی غیر یکنواخت S برای حالت ایده‌آل وجود داشته باشد به‌طوری که داشته باشیم:

$$\{IDEAL_{f,S(z),t}(x,y,n)\}_{x,y,z,n} \stackrel{\epsilon}{\equiv} \{REAL_{\pi,A(z),t}(x,y,n)\}_{x,y,z,n} \quad (1-2)$$

گویند پروتکل π تابع f را بدون لغو و به‌طور امن در حضور مهاجم مخرب، محاسبه می‌کند [۱۰].

۳- طرح پیشنهادی

در این بخش ابتدا اولیه انتقال کور برش-انتخاب دو طرفه بسط یافته را بیان و سپس پروتکل محاسبات دویخی پیشنهادی را ارائه می‌دهیم.

۳-۱- اولیه انتقال کور دوطرفه بسط یافته

انتقال کور برش-انتخاب دوطرفه، براساس طرح انتقال کور پیکرت^۱ [۱۱] طراحی شده است. پروتکل انتقال کور پیکرت برپایه فرض مسئله سخت دیفی هلمن^۲ و نمونه رشته مرجع مشترک^۳ استوار است. رشته مرجع مشترک را با فرض g_0 به‌عنوان مولد گروه و $g_1 = (g_0)^y$ و $h_0 = (g_0)^a$ و $h_1 = (g_1)^b$ ، چهارتایی (g_0, g_1, h_0, h_1) در نظر گرفته می‌شود. اگر چهارتایی (g_0, g_1, h_0, h_1) ، چهارتایی دیفی هلمن باشد آنگاه در پروتکل انتقال کور پیکرت [۱۱]، گیرنده هر دو مقدار ورودی فرستنده را دریافت، اما اگر چهارتایی دیفی هلمن نباشد تنها ورودی متناظر با بیت ورودی خود را به‌دست خواهد آورد. اگر رابطه $a \neq b$ یا برای سادگی، رابطه $b = a + 1$ در چهارتایی (g_0, g_1, h_0, h_1) برقرار باشد، می‌توان اثبات کرد [۱۲]، چهارتایی $(g_0, g_1, h_0, \frac{h_1}{g_1})$ چهارتایی دیفی هلمن است و گیرنده تنها توانایی بازیابی یکی از ورودی‌های فرستنده را خواهد داشت. حال اگر $a = b$ باشد آن‌گاه چهارتایی (g_0, g_1, h_0, h_1) چهارتایی دیفی هلمن بوده و گیرنده امکان بازیابی هر دو مقدار ورودی فرستنده را دارد. یهودا^۴ در مقاله [۱۲] با استفاده از این ایده، پروتکل انتقال کور برش-انتخاب را که در محاسبات دویخی استفاده می‌شود ارائه داد. در این مقاله با بسط دادن پروتکل انتقال کور برش-انتخاب دوطرفه [۱۳] به‌دنبال دو هدف زیر در پروتکل پیشنهادی هستیم.

¹ Peikert

² Decisional Diffie-Hellman

³ Common Reference String

⁴ Yehuda Lindell

⁵ Selective Failure Attack

⁶ Check Circuits

⁷ Consistency

پروتکل، گیرنده برای مدارهای کنترل که $z = 0$ است تمام کلیدهای $k_1^z, k_1^{\bar{z}}, k_1^z, k_1^{\bar{z}}$ ، و برای مدارات ارزیابی که $z = 1$ است مقادیر k_σ^z و $k_\tau^{\bar{z}}$ را به دست خواهد آورد.

نمادهای پروتکل انتقال کور برش-انتخاب دو طرفه بسط یافته در جدول (۱) آمده است.

۳-۱-۱- پروتکل انتقال کور

ابتدا تابع $RAND$ و توابع مشتق شده از آن را در جدول (۲) تعریف می‌کنیم. (با فرض گروه (G, q, g_0) و $g, h, \bar{g}, \bar{h} \in G$ و انتخاب تصادفی مقادیر $s, t \leftarrow \mathbb{Z}_q$ تعریف می‌کنیم.)

جدول (۱): نمادهای پروتکل انتقال کور برش-انتخاب

نشانگر	نماد	نشانگر	نماد
بردار ورودی بخش p_τ	\vec{z}	شماره سیم	i
بردار ورودی بخش p_1	\vec{Q}	شماره مدار	j
مقدار ورودی مخفی بخش p_1	τ	تعهد جایگشت کلیدهای ورودی بخش p_1	m
عملیات تعهد	Com	مقدار ورودی مخفی بخش p_τ	σ
بیت	b	مقدار مبهم سیم ورودی بخش p_1	\mathbb{Z}_q
بازگشایی تعهد	d	رشته بیت تصادفی	J
تعداد مدارهای مبهم	S	مقادیر تصادفی منتخب از گروه G	γ, α

ورودی‌ها:

ورودی فرستنده: ورودی فرستنده شامل l بردار $\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_l$ به صورت $\vec{z}_i = ((z_0^{i,1}, z_1^{i,1}), (z_0^{i,2}, z_1^{i,2}), \dots, (z_0^{i,s}, z_1^{i,s}))$ برای کلیدهای متناظر با سیم‌های ورودی گیرنده، و l بردار $\vec{Q}_1, \dots, \vec{Q}_l$ به صورت $\vec{Q}_i = ((Q_0^{i,1}, Q_1^{i,1}, m^{i,1}), (Q_0^{i,2}, Q_1^{i,2}, m^{i,2}), \dots, (Q_0^{i,s}, Q_1^{i,s}, m^{i,s}))$ متناظر با سیم‌های ورودی فرستنده است. بیت‌های ورودی مخفی خودش τ_1, \dots, τ_l و همچنین کلیدهای key_1, \dots, key_s نیز ورودی فرستنده هستند.

ورودی گیرنده: رشته بیت ورودی مخفی خودش که با نماد $\sigma_1, \dots, \sigma_l$ و رشته $J \subset [s]$ که به صورت $b_1, \dots, b_s \in \{0,1\}$ نمایش می‌دهیم.

ورودی کمکی: (G, q, g_0) ، گروه G با مرتبه q با طول n و مولد g_0 و تعهدات $com(Q_m^{1,1}), \dots, com(Q_m^{1,s}), \dots, com(Q_m^{l,s})$

$com(Q_{1-m}^{1,1}), \dots, com(Q_{1-m}^{1,s}), \dots, com(Q_{1-m}^{l,s})$ و $com(m^{1,1}), \dots, com(m^{1,s}), \dots, com(m^{l,s})$ است.

➤ گام راه‌اندازی

۱- گیرنده به‌طور تصادفی $\gamma \leftarrow \mathbb{Z}_q$ را انتخاب و مقدار $g_1 = (g_0)^\gamma$ را محاسبه می‌کند.

۲- گیرنده با اثبات هیچ آگاهی برای فرستنده اثبات می‌کند، لگاریتم گسسته g_1 که با g رابطه دارد را می‌داند (اثبات هیچ آگاهی به شکل $\{((g_0, g_1), a) \mid g_1 = (g_0)^a\}$).

۳- برای هر b_j که $j = 1, \dots, s$ مقدار تصادفی $\alpha_j \leftarrow \mathbb{Z}_q$ را انتخاب و مقادیر $h_0^j = (g_0)^{\alpha_j}$ و $h_1^j = (g_1)^{\alpha_j + b_j}$ را محاسبه می‌کند. برای مدارات کنترل $b_j = 0$ و برای مدارات ارزیابی $b_j = 1$ است.

۴- گیرنده مقادیر $g_1, h_0^1, h_1^1, \dots, h_0^s, h_1^s$ را برای فرستنده می‌فرستد.

جدول (۲): مشتقات تابع RAND

$RAND(g, h, \bar{g}, \bar{h}) = (u, v); u = g^s * h^t, v = \bar{g}^s * \bar{h}^t$	۱
$extendedRAND(g, h, g_1, h_1, \bar{g}, \bar{h}) = ((u_0, v_0), (u_1, v_1))$ $RAND(g, h, \bar{g}, \bar{h}) = (u_0, v_0); (u_1, v_1) = RAND(g_1, h_1, \bar{g}, \bar{h})$	۲
$shrunkedRAND(g, h) = (u, v)$ $r \leftarrow z_q, \bar{g} = g^r, \bar{h} = h^r; (u, v) = RAND(g, h, \bar{g}, \bar{h})$	۳
$selfextendedRAND(g, h, g_1, h_1) = ((u_0, v_0), (u_1, v_1), (u_2, v_2))$ $(u_0, v_0) = shrunkedRAND(g, h); (u_1, v_1) = RAND(g, g_1, h, h_1); (u_2, v_2) = RAND(g, g_1, h, h_1)$	۴
$combinedRAND(g, h, g_1, h_1, \bar{g}, \bar{h}) = ((u_0, v_0), (u_1, v_1), (u_2, v_2), (u_3, v_3), (u_4, v_4))$ $((u_2, v_2), (u_3, v_3), (u_4, v_4)) = selfextendedRAND(g, h, g_1, h_1)$ $(u_3, v_3), (u_4, v_4) = extendedRAND(g, h, g_1, h_1, \bar{g}, \bar{h})$	۵

گام انتقال

رای هر $j = 1, \dots, s$ مقادیر $w_0^{i,j} = v_0^{i,j} \times Q_{\tau}^{i,j}$ و $w_3^{i,j} = v_3^{i,j} \times z_0^{i,j}$ و $w_2^{i,j} = v_2^{i,j} \times m_{i,j}$ و $w_1^{i,j} = v_1^{i,j} \times Q_{1-\tau}^{i,j}$ و $w_4^{i,j} = v_4^{i,j} \times z_1^{i,j}$ را محاسبه کرده و به‌طور تصادفی زوج $(u_0^{i,j}, w_0^{i,j}), (u_1^{i,j}, w_1^{i,j})$ را جایگشت داده و به‌صورت $(u_1^{i,j}, w_1^{i,j}), (u_0^{i,j}, w_0^{i,j})$ نشان داده و برای $(u_2^{i,j}, w_2^{i,j}), (u_3^{i,j}, w_3^{i,j}), (u_4^{i,j}, w_4^{i,j})$ گیرنده می‌فرستد.

۶- برای هر $j = 1, \dots, s$ زوج

$(u_5^j, v_5^j) = RAND(h_0^j, \frac{h_1^j}{g_1}, \bar{h}_0^j, \bar{h}_1^j)$ را به‌دست آورده و با محاسبه $w_5^j = v_5^j \times key_j$ مقدار زوج (u_5^j, w_5^j) را برای گیرنده می‌فرستد. *

گام خروجی

برای هر $i = 1, \dots, l$ و $j = 1, \dots, s$ ابتدا گیرنده مقادیر $d_1^{i,j} = \frac{w_1^{i,j}}{(u_1^{i,j})^{\alpha_j}}$ و $d_0^{i,j} = \frac{w_0^{i,j}}{(u_0^{i,j})^{\alpha_j}}$ را محاسبه می‌کند.

• اگر $b_j = 0$

مقدار $m_{i,j} = \frac{w_2^{i,j}}{d_2^{i,j \alpha_j}}$ را محاسبه کرده و تایید می‌کند که $com(m_{i,j})$ تعهد $m_{i,j}$ است و $com(Q_{m_{i,j}}^{i,j})$ تعهد یکی از $d_0^{i,j}$ و $d_1^{i,j}$ است و $com(Q_{1-m_{i,j}}^{i,j})$ تعهد دیگر است. و سپس با ترتیب $com(Q_{1-m_{i,j}}^{i,j})$ و $com(Q_{m_{i,j}}^{i,j})$ مقادیر $d_1^{i,j}$ و $d_0^{i,j}$ را نیز متناظر با صفر بودن و یک بودن مرتب می‌کند.

۱- گیرنده برای هر $i = 1, \dots, l$ به‌طور تصادفی $r_i \leftarrow \mathbb{Z}_q$ را انتخاب و $\bar{g}_i = (g_{\sigma_i})^{r_i}$ را به‌شکل $(h_{\sigma_i}^1)^{r_i}$ محاسبه می‌کند. و $(\bar{g}_i, \bar{h}_{i,1}, \dots, \bar{h}_{i,s})$ را برای فرستنده می‌فرستد.

۲- گیرنده با استفاده از اثبات هیچ‌آگاهی، اثبات می‌کند تمام چهارتایی‌های $\{(g_0, \bar{g}_i, h_0^j, \bar{h}_{i,j})\}_{j=1}^s$ یا $\{(g_1, \bar{g}_i, h_1^j, \bar{h}_{i,j})\}_{j=1}^s$ چهارتایی دیفی هلمن هستند.

۳- گیرنده برای هر $j = 1, \dots, s$ به‌طور تصادفی $\rho_j \leftarrow \mathbb{Z}_q$ را انتخاب و $\bar{h}_0^j = (h_0^j)^{\rho_j}$ را محاسبه و اگر $b_j = 1$ $\bar{h}_1^j = (\frac{h_1^j}{g_1})^{\rho_j}$ در صورت $b_j = 0$ نیز $\bar{h}_1^j = (h_1^j)^{\rho_j}$ خواهد بود. $(\bar{h}_0^j, \bar{h}_1^j, \dots, \bar{h}_0^s, \bar{h}_1^s)$ را برای فرستنده می‌فرستد.

۴- گیرنده با استفاده از اثبات هیچ‌آگاهی، اثبات می‌کند تمام از چهارتایی‌های $\{(g_0, g_1, \bar{h}_0^j, \bar{h}_1^j)\}_{j=1}^s$ چهارتایی دیفی هلمن هستند.

۵- فرستنده عملیات‌هایی که در ادامه آمده را انجام می‌دهد:

رای هر $i = 1, \dots, l$ و $j = 1, \dots, s$ محاسبات زیر را انجام می‌دهد:

$$combinedRAND(g_0, h_0^j, g_1, h_1^j, \bar{g}_i, \bar{h}_{i,j}) = ((u_0^{i,j}, v_0^{i,j}), (u_1^{i,j}, v_1^{i,j}), (u_2^{i,j}, v_2^{i,j}), (u_3^{i,j}, v_3^{i,j}), (u_4^{i,j}, v_4^{i,j}))$$

۲- برای هر $j = 1, \dots, s$ با بررسی $h_1^j = (h_0^j)^y$ در صورت برابری، $b_j = 1$ و در غیر این صورت $b_j = 0$ قرار می‌دهیم.

۳- برای هر $i = 1, \dots, l$ مقادیر $(\bar{g}_i, \bar{h}_{i,1}, \dots, \bar{h}_{i,s})$ را از A دریافت می‌کند.

۴- برای هر $i = 1, \dots, l$ گواهی r_i که، A برای اثبات هیچ آگاهی دانش، استفاده کرده را دریافت می‌کند. اگر یکی از موارد $[h_1^j = (g_1^j)^{r_i}, \bar{h}_{i,1} = (h_0^j)^{r_i}]$ یا $[g_i = (g_1^j)^{r_i}, \bar{h}_{i,1} = (h_1^j)^{r_i}]$ برقرار نباشد، S لغو پروتکل را، شبیه‌سازی خواهد کرد و خروجی، مقدار خروجی A خواهد بود، در غیر این صورت برای هر i با فرض σ_i گام بعدی را اجرا خواهد کرد.

۵- مقدار رشته J و $\sigma_1, \dots, \sigma_s$ را برای بخش مورد اعتماد می‌فرستد.

a. برای هر $i = 1, \dots, l$ و $j = 1, \dots, s$ که در آن $b_j = 0$ است، زوج‌های $(z_0^{i,1}, z_1^{i,1})$ و $(Q_0^{i,s}, Q_1^{i,s}, m^{i,s})$ را دریافت می‌کند.

b. برای هر $i = 1, \dots, l$ و $j = 1, \dots, s$ که در آن $b_j = 1$ است، مقادیر $Q_{\tau}^{i,j}$ و $z_{\sigma_i}^{i,j}$ را دریافت می‌کند.

c. برای هر $j = 1, \dots, s$ که در آن $b_j = 1$ است، مقادیر key_j را به دست خواهد آورد.

۶- گام انتقال را به شکل زیر شبیه‌سازی و برای A می‌فرستد.

a. برای هر $i = 1, \dots, l$ و $j = 1, \dots, s$ که در آن $b_j = 0$ است، زوج‌های $(u_0^{i,j}, w_0^{i,j}), (u_1^{i,j}, w_1^{i,j}), (u_2^{i,j}, w_2^{i,j}), (u_3^{i,j}, w_3^{i,j}), (u_4^{i,j}, w_4^{i,j})$ را همانند فرستنده صادق، محاسبه می‌کند و سپس دو مولفه $(u_0^{i,j}, w_0^{i,j}), (u_1^{i,j}, w_1^{i,j})$ را جایگشت می‌دهد.

b. برای هر $i = 1, \dots, l$ و $j = 1, \dots, s$ که در آن $b_j = 1$ است، $(u_{\sigma_i}^{i,j}, w_{\sigma_i}^{i,j})$ و $(u_{\tau_i}^{i,j}, w_{\tau_i}^{i,j})$ را محاسبه و مقادیر $(u_{1-\sigma_i}^{i,j}, w_{1-\sigma_i}^{i,j})$ و $(u_{1-\tau_i}^{i,j}, w_{1-\tau_i}^{i,j})$ و $(u_{2'}^{i,j}, w_{2'}^{i,j})$ را به صورت تصادفی از G با طول n انتخاب می‌کند.

۷- S گام انتقال مربوط به key_j را به شکل زیر محاسبه، و برای A می‌فرستد.

a. S مقادیر $\{\tilde{h}_0^j, \tilde{h}_1^j\}_{j=1}^s$ و گواهی که A برای تابع هیچ آگاهی ایده‌آل می‌فرستد، را دریافت می‌کند. با بررسی

$$z_1^{i,j} = \frac{w_4^{i,j}}{(u_4^{i,j})^{r_i y - 1}} \text{ و } z_0^{i,j} = \frac{w_3^{i,j}}{(u_3^{i,j})^{r_i}}, \sigma_i = 0 \text{ اگر}$$

$$z_1^{i,j} = \frac{w_4^{i,j}}{(u_4^{i,j})^{r_i}} \text{ و } z_0^{i,j} = \frac{w_3^{i,j}}{(u_3^{i,j})^{r_i y}}, \sigma_i = 1 \text{ اگر}$$

$$\bullet \text{ اگر } b_j = 1$$

گیرنده تایید خواهد کرد که تنها یکی از $com(Q_{m_{i,j}}^{i,j})$ و $com(Q_{1-m_{i,j}}^{i,j})$ تعهد یکی از $d_1^{i,j}$ و $d_0^{i,j}$ است. و آن به عنوان $Q_{\tau}^{i,j}$ در نظر گرفته خواهد شد.

$$z_0^{i,j} = \frac{w_3^{i,j}}{(u_3^{i,j})^{r_i}}, \sigma_i = 0 \text{ اگر}$$

$$z_1^{i,j} = \frac{w_4^{i,j}}{(u_4^{i,j})^{r_i}}, \sigma_i = 1 \text{ اگر}$$

$$key_j = \frac{w_5^j}{(u_5^j)^{p_j}}$$

۳-۱-۲- امنیت پروتکل انتقال کور

قضیه ۳-۱: با فرض برقراری مسئله سخت تصمیم دیفی هلمن (DDH) در گروه (G, g, q) و امن بودن پروتکل‌های اثبات هیچ آگاهی در حضور مهاجم مخرب، پروتکل ۳-۱-۱ تابع انتقال کور برش-انتخاب دوطرفه‌ی بسط یافته را به صورت امن در حضور مهاجم مخرب محاسبه خواهد کرد.

اثبات: امنیت پروتکل را طبق روش مقالات [۱۰، ۱۲] در نمونه ترکیبی^۱ اثبات می‌کنیم برای این کار از فرض امن بودن پروتکل‌های هیچ آگاهی موجود در پروتکل ۳-۱-۱ بهره می‌بریم [۹]. برای اثبات امنیت پروتکل، شبیه‌ساز S را در نظر می‌گیریم به این صورت که شبیه‌ساز S مهاجم A را با ورودی‌ها و عمل‌های فریکارانه‌اش، فراخوانی، و نمونه ایده‌آل را اجرا می‌کند. سپس نشان می‌دهیم توزیع خروجی پروتکل در حالت واقعی و ایده‌آل یکسان و غیر قابل تمیز است [۳]. برای اثبات امنیت باید امنیت پروتکل در دو حالت فاسد بودن گیرنده و فرستنده را بررسی کنیم.

گیرنده فاسد: فرض کنید مهاجم A گیرنده R را فاسد کرده و شبیه‌ساز S به صورت زیر عمل خواهد کرد:

۱- S ورودی $((g_0, g_1), \gamma)$ که برای تابع ایده‌آل اثبات هیچ آگاهی می‌فرستد، را دریافت و اگر رابطه $g_1 \neq (g_0)^y$ برقرار باشد، S لغو پروتکل را برای فرستنده شبیه‌سازی خواهد کرد در غیر این صورت، مقادیر $g_1, h_0^1, h_1^1, \dots, h_0^s, h_1^s$ دریافت می‌کند.

¹ Hybrid Model

۲- شبیه‌ساز S برای A، اثبات می‌کند که لگاریتم گسسته g_1 را می‌داند.

۳- شبیه‌ساز S به‌عنوان گیرنده صادق، با انتخاب مقدار $b_j = 1$ برای هر $j = 1, \dots, s$ و $\sigma_1 = \dots = \sigma_l = 0$ عمل می‌کند:

(a) برای هر $j = 1, \dots, s$ به‌طور تصادفی $\alpha_j \in \mathbb{Z}_q$ انتخاب و $h_0^j = (g_0)^{\alpha_j}$ و $h_1^j = (g_1)^{\alpha_j}$ را محاسبه و بردار $h_0^1, h_1^1, \dots, h_0^s, h_1^s$ را برای A می‌فرستد.

(b) برای هر $i = 1, \dots, l$ مقادیر $\bar{g}_i = (g_0)^{r_i}$ و $\bar{h}_{i,j} = (h_0^j)^{r_i}$ را محاسبه و بردار $(\bar{g}_i, \bar{h}_{i,1}, \dots, \bar{h}_{i,s})$ را برای A می‌فرستد.

۴- شبیه‌ساز S پس از دریافت $(u_0^{i,j}, w_0^{i,j}), (u_1^{i,j}, w_1^{i,j}), (u_2^{i,j}, w_2^{i,j}), (u_3^{i,j}, w_3^{i,j}), (u_4^{i,j}, w_4^{i,j})$ از A، چون $b_j = 1$ است، مقادیر $Q_0^{i,j}$ و $Q_1^{i,j}$ و $m_{i,j}$ و $z_1^{i,j}$ را برای هر $j = 1, \dots, s$ و $\sigma_1 = \dots = \sigma_l = 0$ محاسبه می‌کند.

۵- شبیه‌ساز S برای شبیه‌سازی گام انتقال key_j ، به‌صورت زیر عمل می‌کند:

(a) برای هر $j = 1, \dots, s$ مقادیر $\tilde{h}_1^j = \left(\frac{h_1^j}{g_1}\right)^{\rho_j}$ و $\tilde{h}_0^j = (h_0^j)^{\rho_j}$ را محاسبه می‌کند.

(b) شبیه‌ساز S اثبات هیچ‌آگاهی تمام $\{g_0, g_1, \tilde{h}_0^j, \tilde{h}_1^j\}_{j=1}^s$ در $j = 1, \dots, s$ را به‌وسیله آنچه از تابع ایده‌آل هیچ آگاهی و از طریق A به‌دست آمده، شبیه‌سازی می‌کند.

(c) شبیه‌ساز S زوج (u_5^j, w_5^j) را از A دریافت و گام انتقال key_j را انجام می‌دهد.

۶- تمام کلیدهای key_j را برای بخش قابل اعتماد می‌فرستد.

۷- شبیه‌ساز S خروجی که A به‌عنوان خروجی به‌دست آورده را مقدار خروجی در نظر می‌گیرد.

دو مطلب قابل ذکر در شبیه‌سازی گفته شده، وجود دارد. ابتدا به دلیل روش انتخاب g_0 و g_1 ، تمام بردارهای (g_0, g_1, h_0^j, h_1^j) و $(g_0, \bar{g}_i, h_0^j, \bar{h}_{i,j})$ و $(g_1, \bar{g}_i, h_1^j, \bar{h}_{i,j})$ چهارتایی‌های دیفی هلمن خواهند بود. بنابراین S تمام کلیدهای متناسب و key_j را به‌دست خواهد آورد. ثانیاً با فرض مسئله‌ی سخت DDH، خروجی به‌دست آمده توسط S در حالت ایده‌آل با خروجی در اجرا واقعی بین A و گیرنده‌ی صادق، غیر قابل تمیز

گواهی در صورت صحت گواهی گام بعدی را اجرا در غیر این صورت لغو پروتکل را شبیه‌سازی می‌کند.

(b) برای هر $j = 1, \dots, s$ که در آن $b_j = 1$ است، زوج (u_5^j, w_5^j) را محاسبه می‌کند.

(c) برای هر $j = 1, \dots, s$ که در آن $b_j = 0$ است، زوج (u_5^j, w_5^j) را به‌صورت تصادفی انتخاب می‌کند.

۸- S هر آنچه مهاجم A به‌عنوان خروجی دریافت کند را خروجی شبیه‌ساز در نظر می‌گیرد.

ما ادعا می‌کنیم که توزیع خروجی ایده‌آل توسط شبیه‌ساز S، برابر با توزیع خروجی اجرا واقعی است. با نگاه دقیق‌تر به مراحل شبیه‌سازی، تنها تفاوت بین اجرا ایده‌آل و واقعی، در زوج‌های $(u_{1-\sigma_i}^{i,j}, w_{1-\sigma_i}^{i,j}), (u_{1-\tau_i}^{i,j}, w_{1-\tau_i}^{i,j}), (u_{2'}^{i,j}, w_{2'}^{i,j})$ و (u_5^j, w_5^j) است.

ابتدا از بررسی زوج (u_5^j, w_5^j) شروع می‌کنیم. واضح است شبیه‌ساز S برای زوج‌های (u_5^j, w_5^j) در $j = 1, \dots, s$ که $b_j = 0$ است، رابطه $h_1^j = (h_0^j)^y$ برقرار است. در نتیجه بردار (g_0, g_1, h_0^j, h_1^j) چهارتایی دیفی هلمن است، اما بردار $(g_0, g_1, h_0^j, \frac{h_1^j}{g_1})$ دیفی هلمن نیست. حال در حالت واقعی، فرستنده مقدار (u_5^j, w_5^j) را به‌وسیله‌ی محاسبه تابع $RAND(g_0, g_1, h_0^j, \frac{h_1^j}{g_1})$ تولید می‌کند. در نتیجه طبق پروتکل ۱-۱-۲ (u_5^j, w_5^j) به‌طور تصادفی بر روی گروه G محاسبه می‌شود بنابراین توزیع (u_5^j, w_5^j) برابر با توزیع مقداری که توسط S محاسبه می‌شود، است.

برای زوج‌های $(u_{1-\sigma_i}^{i,j}, w_{1-\sigma_i}^{i,j})$ و $(u_{1-\tau_i}^{i,j}, w_{1-\tau_i}^{i,j})$ که شرط $b_j = 1$ برقرار است، طبق بالا عمل می‌کنیم و می‌دانیم که $h_1^j \neq (h_0^j)^y$ است بنابراین برای بردار $(\bar{g}_i, \bar{h}_{i,1}, \dots, \bar{h}_{i,s})$ دو عبارت $[\bar{g}_i = (g_0)^{r_i}, \bar{h}_{i,j} = (h_0^j)^{r_i}]$ و $[\bar{g}_i = (g_1)^{r_i}, \bar{h}_{i,j} = (h_1^j)^{r_i}]$ نمی‌تواند همزمان برقرار باشد. شبیه‌ساز S با توجه به رابطه $[\bar{g}_i = (g_{\sigma_i})^{r_i}, \bar{h}_{i,1} = (h_{\sigma_i}^j)^{r_i}]$ مقدار σ_i را محاسبه می‌کند و در نتیجه رابطه چهارتایی $(g_{1-\sigma_i}, \bar{g}_i, h_{1-\sigma_i}, \bar{h}_{i,j})$ دیفی هلمن نیست، پس توزیع خروجی شبیه‌ساز S برابر با خروجی چهارتایی دیفی هلمن خواهد بود.

فرستنده فاسد: فرض کنید مهاجم A فرستنده را فاسد، آن‌گاه شبیه‌ساز S به‌صورت زیر عمل خواهد کرد:

۱- شبیه‌ساز S مقدار $\gamma \in \mathbb{Z}_q$ را انتخاب و $g_1 = (g_0)^\gamma$ محاسبه می‌کند و برای A می‌فرستد.

بخش p خواهد توانست طبق روش بازیابی ورودی، مقدار مخفی x را بازیابی و تابع $f(x, y)$ را محاسبه کند.

طبق مطالب ذکر شده، خطای پروتکل زمانی رخ می‌دهد که پس از محاسبه‌ی تمام مدارات ارزیابی مقدار یکسان و نادرست در خروجی به‌دست آید، و همچنین تمام مدارات کنترل صحیح بوده باشند. در نتیجه با توجه به $\frac{1}{p}$ بودن احتمال انتخاب مدارات ارزیابی و کنترل، احتمال خطای پروتکل با توجه به روش بازیابی ورودی، مقدار 2^{-s} است. همان‌طور که مشخص است برای رسیدن به احتمال 2^{-40} وجود تعداد ۴۰ مدار کافی است. در ادامه کلیت پروتکل را تشریح و سپس جزئیات پروتکل را بیان می‌کنیم.

در پروتکل پیشنهادی بخش p_1 وظیفه‌ی ساختن مدارهای مبهم را برعهده دارد. برای مبهم سازی مدار، باید برای هر سیم مدار دو رشته تصادفی متناظر با بیت صفر و یک، مشخص گردد. روش تولید رشته‌های تصادفی سیم‌های ورودی و خروجی اهمیت زیادی دارد. بخش p_1 برای تولید کلیدهای متناظر با ورودی خودش ابتدا تابع شبه تصادفی PRF (تابع شبه تصادفی PRF برای ورودی و بذر ثابت خروجی یکسانی تولید خواهد کرد) را تعیین می‌کند. سپس با استفاده از بذر $seed_j$ برای $j = 1, \dots, s$ برای هر یک از مدارها، کلیدهای متناظر با بیت $b \in \{0, 1\}$ و سیم $i = 1, \dots, l$ در مدار $j = 1, \dots, s$ را به‌شکل $A_{i,j,b} = PRF_{seed_j}(i, b)$ محاسبه خواهد شد. دلیل استفاده از تابع شبه تصادفی در تولید کلیدهای متناظر با ورودی بخش p_1 ، بازیابی ورودی در صورت اثبات فریب است که در ادامه تشریح خواهد شد. کلیدهای متناظر با ورودی بخش p_1 نیز به‌صورت تصادفی انتخاب خواهند شد. مقادیر مبهم هر یک از سیم‌های خروجی مدار نیز با نماد $Z_{i,j,b}$ نشان خواهیم داد.

پروتکل انتقال کور برش-انتخاب دو طرفه، مهمترین ایده ما در ارائه‌ی یک پروتکل محاسبات دو بخشی است. با استفاده از این ایده، چالش‌هایی که روش برش-انتخاب ایجاد می‌کند را بدون نیاز به روش‌های دیگر که موجب افزایش دور و پیچیدگی پروتکل می‌شود، بر طرف خواهیم کرد.

اولین چالش، مسئله حمله شکست انتخاب است؛ دلیل و زمینه‌ی اصلی حمله‌ی شکست انتخاب همان‌طور که [۱۲] بیان شده در جدا بودن گام انتقال کور و گام برش-انتخاب، از هم است، به شکلی که بررسی مدارهای کنترل نیز کمکی برای مقابله

است. دلیل این ادعا این است که تنها تفاوت بین حالت ایده‌آل و واقعی در موارد زیر است که بررسی می‌شوند:

- ۱- شبیه‌ساز S مقادیر $h_0^1, h_1^1, \dots, h_0^s, h_1^s$ را طوری انتخاب می‌کند که برای هر $j = 1, \dots, s$ رابطه $b_j = 0$ برقرار است و نیز مقادیر $\tilde{h}_0^1, \tilde{h}_1^1, \dots, \tilde{h}_0^s, \tilde{h}_1^s$ را طوری انتخاب می‌کند که برای هر $j = 1, \dots, s$ رابطه $b_j = 1$ برقرار باشد. از آنجا که مقادیر بالا بر پایه فرض مسئله سخت DDH هستند در نتیجه خروجی S با خروجی گیرنده صادق از نظر محاسباتی تمیز ناپذیر است.
- ۲- شبیه‌ساز S در عوض گیرنده، اثبات هیچ‌آگاهی دانش را اجرا می‌کند. با توجه به ویژگی اثبات هیچ‌آگاهی خروجی در دو حالت غیر قابل تمیز است [۱۲].

از آنجا که دو تفاوت ذکر شده از نظر محاسباتی تمیز ناپذیر هستند در نتیجه خروجی شبیه‌ساز S با خروجی گیرنده در حالت واقعی از نظر محاسباتی غیر قابل تمیز هستند.

در پایان از آنجا که خروجی پروتکل در حالت ایده‌آل در هر دو مورد فاسدن شدن گیرنده و فرستنده از خوروی پروتکل در حالت واقعی تمیز ناپذیر است پس پروتکل ۱-۲-۱ در برابر مهاجم مخرب امن است.

۲-۳- پروتکل محاسبه دویخی پیشنهادی

پروتکل محاسبه‌ی دویخی پیشنهادی، بر پایه‌ی اولیه‌ی انتقال کور برش-انتخاب دوطرفه که در بخش ۳-۱ ارائه شد و بازیابی ورودی بخش p_1 که اولین بار توسط یهودا در [۱۰] مطرح گردید، معرفی می‌شود.

طبق روش بازیابی ورودی‌ها در صورت اثبات فریب، بخش p_1 می‌تواند به صورت محلی ورودی مخفی x را بازیابی و سپس مقدار تابع $f(x, y)$ را محاسبه کند. جزئیات روش بازیابی به این شکل است که بخش p_1 تعداد s مدار را تولید و سپس با احتمال $\frac{1}{2}$ هر یک از مدارها را به عنوان مدار کنترل یا ارزیابی^۱ توسط بخش p_1 انتخاب می‌شوند. در ادامه اگر بخش p_1 تمام مدارهای ارزیابی را محاسبه و خروجی یکسانی را به‌دست آورد، بخش p_1 خروجی صحیح را دریافت خواهد کرد و دیگر نخواهد توانست ورودی مخفی x را بازیابی کند. اما اگر پس از انجام محاسبه مدارهای ارزیابی، خروجی یکسانی در تمام مدارها ظاهر نشود،

¹ Evaluation Circuit

نیز مقادیر $N_{i,0}$ و $N_{i,1}$ است. بخش p_1 متناظر با مقدار $x[i]$ مقدار $N_{i,x[i]}$ را دریافت خواهد کرد. سپس بخش p_1 با استفاده از مقدار $N_{i,x[i]}$ برای هر سیم i در مدار j با استفاده از تابع شبه تصادفی، مقدار $R_{j,i,[i]} = PRF_{seed_j}(i, R) \oplus N_{i,x[i]}$ را به صورت محاسبه و با کلید key_j رمز کرده و به شکل $E_{key_j}(R_{j,i,[i]})$ برای بخش p_2 می فرستد. بخش p_2 برای مدارهای ارزیابی، طبق گام دوم خواهد توانست $R_{j,i,[i]}$ را رمزگشایی کند. بخش p_1 همچنین برای هر سیم خروجی $i \in [n_3]$ مقدار Δ و $\Delta_{i,0}$ را انتخاب و $\Delta_{i,1} = \Delta_{i,0} \oplus \Delta$ را محاسبه خواهد کرد. سپس تمام مقادیر $H(\Delta_{i,b})$ را برای بخش p_2 می فرستد. مقدار $\Delta_{i,b}$ را برای هر سیم خروجی i را با $z_{j,i,b}$ رمز کرده

و به شکل $T_{j,i,b} = E_{z_{j,i,b}}(\Delta_{i,b})$ نشان می دهد. و مقدار $T_{j,i,b}$ را تعهد کرده و گواهی را با کلید key_j رمز کرده به صورت زوج $(c_j^T, E_{key_j}(d_j^T))$ برای بخش p_2 می فرستد. بخش p_2 با محاسبه مدارهای ارزیابی و به دست آوردن مقدار $z_{j,i,b}$ در هر سیم خروجی $i \in [n_3]$ و مدار j ، و مقایسه $H(Dec_{z_{j,i}}(T_{j,i,b}))$ با $H(\Delta_{i,b})$ برای $b \in \{0,1\}$ مقدار $b = z_j(i)$ را مشخص می کند. اگر برای حداقل یک سیم خروجی دو مقدار $z_{j,i}$ متفاوت به دست آید، بخش p_2 خواهد توانست Δ را محاسبه کند، و با مساوی قرار دادن $\Omega = \Delta$ با روشی که در ادامه تشریح داده می شود، خواهد توانست ورودی مخفی بخش مخرب p_1 را به دست آورد.

بخش p_2 بردار $(h, g_1, h_1) = (g^w, g^r, h^r \Omega)$ (به طوری که $w, r \in F_q$) را برای بخش p_1 می فرستد. سپس بخش p_1 برای هر مدار j مقادیر $s_j, t_j \in F_q$ را انتخاب و $C_j = g_1^{s_j} * h^{t_j}$ و $D_j = g_1^{s_j} * (\frac{h}{\Delta})^{t_j}$ را محاسبه و C_j و $E_{D_j}(seed_j)$ را برای بخش p_2 می فرستد. اگر بخش p_2 مقدار Ω را برابر Δ قرار داده باشد، بخش p_2 مقدار x را با مقایسه رابطه $R_{j,i,x[i]} = PRF_{seed_j}(i, R) \oplus N_{i,1}$ و $R_{j,i,x[i]} = PRF_{seed_j}(i, R) \oplus N_{i,0}$ صفر یا یک بودن مقدار $x[i]$ مشخص و در غیر این صورت، $x[i] = 1$ یا اگر دو مقدار z_j متفاوت به دست آید بخش p_2 از پروتکل خارج خواهد شد. در صورت به دست آوردن مقدار x ، بخش p_2 خواهد توانست تابع $f(x, y)$ را محاسبه کند. در نتیجه مشخص است که تنها زمانی فریب بخش p_1 موفق است که تمام مدارهای کنترل صحیح، تمام مدارات ارزیابی نادرست و خروجی ها نیز یکسان باشند؛ با توجه به $\frac{1}{p}$ بودن احتمال انتخاب مدار، احتمال فریب موفقیت آمیز برابر است با 2^{-s} است.

با این حمله نمی کند [۱۲]. برای حل این مشکل برای اولین بار در سال ۲۰۱۱، انتقال کور برش - انتخاب ارائه و سپس پروتکل انتخاب برش - انتخاب دوطرفه، نیز در برای اولین بار در مقاله [۱۳] مطرح گردید. پروتکل انتقال کور برش - انتخاب دوطرفه ی بسط یافته که در بخش ۳-۱ بیان گردید بهبود یافته پروتکل های پیشین است که پروتکل پیشنهادی را در برابر حمله شکست انتخاب امن خواهد بود.

دومین چالش لزوم وجود روشی برای تضمین سازگاری ورودی ها است. با توجه به وجود s مدار مبهم، بخش p_1 باید سازگاری ورودی هایش را برای بخش p_2 اثبات کند. در پروتکل محاسبه دوبخشی پیشنهادی، با استفاده از پروتکل ۱-۳ و روش تولید کلید و بازیابی ورودی، سازگاری ورودی بخش p_1 تضمین می گردد. عامل اصلی ضرورت تضمین سازگاری ورودی ها، جدا بودن گام برش - انتخاب و گام فرستادن کلیدهای بخش p_1 است. در پروتکل پیشنهادی با ادغام کردن این دو گام در پروتکل انتقال کور برش - انتخاب دوطرفه سبب می شویم، بخش p_1 قبل از فرستادن کلیدهای متناظر با ورودی خودش، از کنترل یا ارزیابی بودن مدار بی خبر باشد، و در نتیجه اگر کلیدهای متناظر با یک سیم ورودی را نادرست بفرستد با احتمال $\frac{1}{2}$ این رفتار مخرب آشکار خواهد شد، و اما اگر بخش p_2 رفتار مخرب را شناسایی نکرد، آنگاه حداقل در یک سیم خروج، در دو مدار دو مقدار خروجی ناسازگار به دست خواهد آورد که یا بخش p_2 خواهد توانست ورودی بخش p_1 را بازیابی یا مدار به عنوان مدار ناصحیح تلقی شده و بخش p_2 از پروتکل خارج خواهد شد. در نتیجه با استفاده از پروتکل انتقال کور برش - انتخاب دوطرفه ی احتمال موفقیت در ارائه ی ورودی های ناسازگاری، ناچیز و قابل چشم پوشی است. با استفاده از این روش، با حذف گام اثبات سازگاری، پیچیدگی دور و محاسبات پروتکل کاهش چشم گیری خواهد کرد و از طرفی احتمال موفقیت در ارائه ی ورودی ناسازگار هم ناچیز است.

در روش بازیابی ورودی بخش p_1 در صورت اثبات فریب، ابتدا بخش p_1 برای هر بیت از ورودی مخفی x ، که با $x[i]$ نمایش می دهیم، دو مقدار تصادفی $N_{i,0}$ و $N_{i,1}$ به طور تصادفی انتخاب و با استفاده از انتقال کور با بخش p_2 تبادل خواهد کرد. در انتقال کور ورودی بخش p_2 مقدار مخفی x و ورودی بخش p_1

۳-۲-۱- جزئیات پروتکل پیشنهادی

نمادهای استفاده شده در پروتکل دویخی پیشنهادی در جدول (۳)، آمده است.

جدول (۳): نمادهای پروتکل دویخی پیشنهادی

نشانگر	نماد	نشانگر	نماد
بردار ورودی بخش p_p	\vec{Z}	نشانگر	نماد
بردار ورودی بخش p_1	\vec{Q}	شماره مدار	j
مقدار جایگشت ورودی بخش p_1	m	شماره سیم	i
عملیات تعهد	Com	مقدار بیت	b
مقدار تصادفی تولیدی بخش p_p	N	تابع شبه تصادفی	PRF
مولفه کمکی بازیابی ورودی	R	مقدار مبهم سیم ورودی بخش p_1	A
بازگشایی تعهد	d	مقدار مبهم سیم خروجی	Z
چکیده ساز	H	ورودی مخفی بخش p_1	x
مولفه بازیابی ورودی	Ω	رمزگشایی	Dec
تعهد	C	بذر تابع شبه تصادفی	seed
مولفه کمکی بازیابی ورودی	T	کلید رمزنگاری مولفه‌های هر مدار	Key
		رمزنگاری	E

۳- بخش p_p برای هر بیت از ورودی مخفی بخش p_1 مقدار تصادفی $N_{i,0}$ و $N_{i,1}$ $i = 1, \dots, n$ انتخاب می‌کند. سپس طرفین برای هر بیت ورودی مخفی بخش p_1 یک پروتکل انتقال کور با ورودی‌های تعریف شده، اجرا می‌کند. ورودی بخش p_1 مقدار بیت ورودی مخفی $x(i)$ و ورودی بخش p_p $N_{i,0}$ و $N_{i,1}$ است. در پایان، بخش p_1 برای هر بیت ورودی $x(i)$ یک مقدار تصادفی $N_{i,x(i)}$ را به دست می‌آورد.

۴- بخش p_1 برای هر سیم ورودی خودش $i (i = 0, \dots, n)$ هر مدار $j (j = 1, \dots, s)$ ، متناظر با مقدار بیت $x(i)$ مقدار $R_{j,i,x(i)} = PRF_{seed_j}(i, x(i)) \oplus N_{i,x(i)}$ را محاسبه و با کلید key_j به شکل $E_{key_j}(R_{j,i,x(i)})$ را برای بخش p_p می‌فرستد. در ادامه برای بخش p_1 مقدار رشته‌ی Δ و برای هر $i \in [n_3]$ مقدار $\Delta_{i,0} = \Delta_{i,1} \oplus \Delta$ را محاسبه می‌کند. سپس برای هر سیم خروجی $i \in [n_3]$ و مدار $j (j = 1, \dots, s)$ با استفاده از کلیدهای سیم خروجی $z_{j,i,b}$ مقدار $T_{j,i,b} = E_{z_{j,i,b}}(\Delta_{i,b})$ محاسبه و به شکل $(c_j^T, d_j^T) \leftarrow com(\{T_{j,i,b}\}_{i \in [n_3], b \in \{0,1\}})$ تعهد را ایجاد و گواهی تعهد را با کلید key_j رمز می‌کند. در پایان موارد $GC_j, c_j^T, En_{key_j}(d_j^T)$ برای $j (j = 1, \dots, s)$ و برای هر سیم خروجی $H(\Delta_{i,b}) (i \in [n_3])$ را برای بخش p_p می‌فرستد.

۱- بخش p_1 برای تولید کلیدهای متناظر با ورودی خودش، برای هر مدار $j (j = 1, \dots, s)$ مقدار بذر $seed_j$ را به صورت تصادفی انتخاب، و سپس با استفاده از تابع شبه تصادفی PRF و بذر $seed_j$ ، برای هر سیم $i (i = 0, \dots, l)$ و بیت $b \in \{0,1\}$ ، کلید مبهم را به شکل $A_{i,j,b} = PRF_{seed_j}(i, b)$ تولید، و کلیدهای متناظر با ورودی بخش p_p را نیز به طور تصادفی انتخاب می‌کند، در ادامه نیز برای هر یک از سیم‌های خروجی، رشته بیت $z_{i,j,b}$ را به طور تصادفی در نظر می‌گیرد. در پایان بخش p_1 تعداد s مدار مستقل کپی، از مدار مبهم c را با کلیدهای تولید شده، تعریف می‌کند.

۲- طرفین، پروتکل انتقال کور برش-انتخاب بسط یافته که در بخش ۳-۱ تشریح شد را با ورودی‌های زیر اجرا می‌کنند. ورودی فرستنده: شامل l بردار $\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_l$ که $\vec{z}_i = ((z_0^{i,1}, z_1^{i,1}), (z_0^{i,2}, z_1^{i,2}), \dots, (z_0^{i,s}, z_1^{i,s}))$ متناظر با سیم‌های ورودی گیرنده و l بردار $\vec{Q}_1, \dots, \vec{Q}_l$ که $\vec{z}_i = ((Q_0^{i,1}, Q_1^{i,1}, m^{i,1}), (Q_0^{i,2}, Q_1^{i,2}, m^{i,2}), \dots, (Q_0^{i,s}, Q_1^{i,s}, m^{i,s}))$ و بیت‌های ورودی مخفی خودش τ_1, \dots, τ_l و همچنین کلیدهای key_1, \dots, key_s است. ورودی گیرنده: رشته بیت ورودی مخفی خودش که با نماد $\sigma_1, \dots, \sigma_l$ و رشته $J \subset [s]$ که به صورت $b_1, \dots, b_s \in \{0,1\}$ به طوری که احتمال یک شدن هر بیت برابر با $\frac{1}{2}$ است، نمایش می‌دهیم.

۸- بررسی درستی مدارات کنترل: بخش p_p با استفاده از کلیدهایی که در گام دوم دریافت کرده درستی مدارهای کنترل را بررسی و رشته بیت‌های $z_{i,j,b}$ را به دست می‌آورد. در صورت عدم تایید درستی مدار، پروتکل را قطع می‌کند. بخش p_p در مدارهای کنترل با استفاده از مقدار $T_{j,i,b}$ را محاسبه و برابری $H(Dec_{z_{j,i}}(T_{j,i,b}))$ و $H(\Delta_{i,b})$ را بررسی می‌کند. برای مدارهای کنترل گام دوم، درستی تعهدهای $com(m_{i,j})$ و $com(Q_{m_{i,j}}^{i,j})$ و $com(Q_{1-m_{i,j}}^{i,j})$ باید تایید گردد. در صورت عدم تایید بخش p_p از پروتکل خارج می‌شود، در غیر این صورت مقدار z را به عنوان خروجی در نظر می‌گیرد.

۴- امنیت و کارآمدی پروتکل پیشنهادی

بررسی امنیتی و کارآمدی پروتکل پیشنهادی به شرح زیر است:

۴-۱- اثبات امنیت پروتکل پیشنهادی

قضیه ۴-۱: با فرضیات DDH بودن گروه (G, g, q) ، پنهان‌سازی/انقباض^۱ بودن طرح تعهد com ، مقاومت تابع H در برابر تصادم، مبهم سازی مدارها طبق [۱۲] امن باشد و امن بودن پروتکل انتقال کور، پروتکل ۳-۲-۱ تابع f در حضور مهاجم مخرب، با احتمال خطای $\mu(\cdot) + 2^{-s}$ ، به طور امن محاسبه می‌کند.

اثبات: قضیه ۴-۱ در نمونه ترکیبی با در نظر گرفتن اینکه تابع انتقال کور و تابع اثبات هیچ‌آگاهی توسط بخش سوم مورد اعتماد، محاسبه می‌شود، اثبات می‌گردد. برای اثبات امنیت به طور جداگانه امنیت را در دو حالت فاسد شدن بخش p_1 و بخش p_p بررسی می‌شود.

بخش p_1 فاسد: تنها رفتار فریبکارانه بخش p_1 تولید مدارهای نادرست است. برای موفقیت فریب باید تمام مدارهای کنترل معتبر، و تمام مدارهای ارزیابی نامعتبر و دارای خروجی یکسان، باشند. در غیر این صورت بخش p_p با شناسایی فریب، پروتکل را لغو می‌کند و یا به وسیله‌ی بازبازی ورودی x خروجی صحیح را به دست می‌آورد.

فرض کنید مهاجم A ، بخش p_1 را به کنترل خود در می‌آورد. طبق نمونه اثبات ترکیبی، انتقال کور و انتقال کور دوطرفه توسط بخش قابل اعتماد، اجرا می‌شود. ما یک شبیه‌ساز S که در حالت ایده‌آل با تعامل با بخش قابل اعتماد، تابع f محاسبه می‌کند، را در نظر می‌گیریم. شبیه‌ساز S به صورت درونی^۲ مهاجم A را اجرا،

۵- محاسبه مدارات ارزیابی: ابتدا بخش p_p برای تمام مدارهای ارزیابی که در پروتکل انتقال کور برش-انتخاب دوطرفه مقدار کلید key_j را به دست آورده است، با رمزگشایی d_j^T درستی تعهد $\{T_{j,i,b}\}$ را تایید می‌کند، در صورت عدم تایید از پروتکل خارج می‌شود. سپس با استفاده از کلیدهایی که در گام دوم به دست آورده مدار را محاسبه و در سیم‌های خروجی مقادیر مبهم $z_{j,i}$ را کسب خواهد کرد. اگر $H(Dec_{z_{j,i}}(T_{j,i,b}))$ با مقدار $H(\Delta_{i,b})$ برای $b \in \{0,1\}$ مطابقت داشت آنگاه $z'_j(i) = b$ در غیر این صورت $z'_j(i) = \perp$ است و سه حالت زیر رخ خواهد داد.

- مدار نامعتبر: اگر برای هر مدار ارزیابی، سیم خروجی i $z'_j(i) = \perp$ باشد، پس بخش p_p مقادیر $z = \perp$ و $\Omega = 1$ را تایید می‌کند.

- خروجی ناسازگار: اگر برای برخی سیم خروجی i در دو مدار ارزیابی j_1, j_2 بخش p_p مقادیر $z'_{j_1}(i) = 0$ و $z'_{j_2}(i) = 1$ باشند، سپس بخش p_p مقادیر $\Omega = Dec_{z_{j_1,i}}(T_{j_1,i,0}) \oplus Dec_{z_{j_2,i}}(T_{j_2,i,1})$ را تعیین می‌کند؛ اگر برای یک سیم خروجی Ω های متفاوت باشند آنگاه $z = \perp$ قرار داده می‌شود.

- خروجی سازگار: اگر برای تمام سیم خروجی i مقادیر $z'_j(i)$ یکسان باشد خواهیم داشت $z(i) = z'_j(i)$.

۶- بخش p_p مقادیر f_q $\omega, r \in f_q$ را انتخاب و بردار $(h, g_1, h_1) = (g^\omega, g^r, h^r \Omega)$ را محاسبه و برای بخش p_1 می‌فرستد. سپس بخش p_1 Δ و $\{\Delta_{i,b}\}_{i \in n_3, b \in \{0,1\}}$ را برای بخش p_p می‌فرستد. بخش p_p بررسی می‌کند که آیا $\{\Delta = \Delta_{i,1} \oplus \Delta_{i,0}\}_{i \in n_3}$ با مقدار $H(\Delta_{i,b})$ برابر است یا خیر؟ در صورت عدم برابری از پروتکل خارج می‌شود. بخش p_1 مقادیر f_q $s_j, t_j \in f_q$ را انتخاب و دو مقدار C_j, D_j را به شکل $C_j = g^{s_j} h^{t_j}$ و $D_j = g_1^{s_j} \left(\frac{h_1}{\Delta}\right)^{t_j}$ محاسبه می‌کند و مقادیر $E_{D_j}(seed_j)$ و C_j را برای بخش p_p می‌فرستد.

۷- اگر بخش p_p مقدار Ω را برابر Δ قرار داده باشد، بخش p_p خواهد توانست بذر $seed_j$ را به دست آورده و مقدار x را به این شکل که اگر رابطه $R_{j,i,x[i]} = PRF_{seed_j}(i, R) \oplus N_{i,0}$ و $x[i] = 0$ باشد، اگر رابطه $R_{j,i,x[i]} = PRF_{seed_j}(i, R) \oplus N_{i,1}$ باشد، $x[i] = 1$ است. در غیر این صورت، $x[i] = \perp$ یا اگر دو مقدار x_j متفاوت به دست آید بخش p_p از پروتکل خارج خواهد شد.

¹ Hiding/Binding

² Internally

خارج نشود، توزیع خروجی بخش p_p در حالت واقعی و ایده‌آل برابر خواهند بود (با احتمال خطای $(2^{-s} + \mu(\cdot))$). برای اثبات این ادعا، فرض کنیم تنها یک مدار صحیح در بین مدارهای ارزیابی قرار داشته باشد، که بخش p_p خروجی $f(x, y)$ را به دست خواهد آورد و دیگر مدارهای ارزیابی یکی از دو حالت را خواهند داشت. اول این که رشته‌های خروجی مدارهای ارزیابی باقی‌مانده، نامعتبر باشند یعنی این که رشته‌های خروجی هیچ یک از مقادیر $\Delta_{i,0}$ و $\Delta_{i,1}$ را تولید نمی‌کنند. که در این حالت این مدارها را نادیده خواهیم گرفت. در حالت دوم، اگر مدار نادرستی باشد که رشته‌های خروجی معتبری ولی متفاوت از هم را در خروجی ظاهر کند، طبق پروتکل و روش بازیابی ورودی، بخش p_p خواهد توانست x را بازیابی و تابع $f(x, y)$ را محاسبه کند. از آنجایی که در گام ششم، بردار (g^w, g^r, g^{Ω}) و (g^w, g^r, g^{Ω}) بر اساس فرض مسئله سخت DDH تولید شده‌اند پس تمیزناپذیر خواهند بود، پس می‌توان امنیت بازیابی ورودی را تضمین کرد [۱۴]. بنابراین بخش p_p یا از پروتکل خارج یا اگر یک مدار ارزیابی صحیح وجود داشته باشد، خواهد توانست مقدار صحیح x را بازیابی، و خروجی را محاسبه کند. تنها حالت باقی‌مانده این است که هیچ رشته خروجی معتبری در تمام مدارهای ارزیابی وجود نداشته باشد. در این صورت اگر تنها یک مدار کنترل نادرست باشد بخش p_p از پروتکل خارج خواهد می‌شود، اما اگر تمام مدارهای کنترل صحیح باشند و مدارهای ارزیابی هم در سیم خروجی مقدار معتبری را به دست نیاورند، بخش p_p از پروتکل خارج نخواهد شد و این حالت تنها تفاوت با حالت ایده‌آل است به دلیل این که خارج شدن و نشدن از پروتکل به مقدار ورودی وابسته است. این نشان می‌دهد که شبیه‌ساز می‌تواند از توزیع خروجی واقعی منحرف شود اگر و فقط اگر تمام مدارهای کنترل صحیح و مدارهای ارزیابی نادرست باشند و از آنجا که بخش p_p از انتخاب مدارهای ارزیابی و کنترل آگاه نخواهد شد و همان‌طور که می‌دانیم احتمال انتخاب مدار به‌عنوان کنترل یا ارزیابی $\frac{1}{2}$ است. در نتیجه با فرض وجود s مدار، احتمال منحرف شدن شبیه‌ساز از توزیع خروجی حالت واقعی توزیع خروجی حالت واقعی 2^{-s} است.

فاسد شدن بخش p_p : در این بخش ما خروجی بخش p_p را شبیه‌سازی خواهیم کرد. شبیه‌ساز به‌عنوان بخش p_p صادق، با ورودی صفر است. با فرض این که بخش p_p مقادیر مبهم سیم‌های خروجی متناظر با $f(0, y)$ را می‌داند، جدول کدگذاری $T_{j,i,b}$ را

و نقش بخش p_p صادق را در برابر مهاجم A ایفا می‌کند. سپس به‌صورت خارجی با تعامل با بخش مورد اعتماد، تابع f را محاسبه می‌کند. شبیه‌ساز S به‌صورت زیر عمل می‌کند:

۱- شبیه‌ساز S به‌عنوان بخش صادق با ورودی $y = 0^l$ ، طبق نمونه ترکیبی، با مهاجم A برای اجرا پروتکل تعامل می‌کند.

۲- با فرض این که $x = \tau_1, \dots, \tau_l$ ورودی مهاجم A در انتقال کور برش - انتخاب گام دوم و انتقال کور گام سوم است، طبق نمونه ترکیبی، شبیه‌ساز S به‌طور مستقیم مقدار x را از مهاجم A دریافت می‌کند.

۳- اگر بخش p_p از پروتکل خارج شود، شبیه‌ساز S مولفه \perp را برای تابع ایده‌آل محاسبه‌ی f می‌فرستد، در غیر این صورت مقدار x را خواهد فرستاد.

از آنجا که ورودی بخش p_p تنها در انتقال کور برش - انتخاب مورد استفاده قرار می‌گیرد، بنابراین منظره A^1 در حالت ایده‌آل برابر با منظره A در اجرا واقعی است، همچنین توزیع خروجی شبیه‌ساز S در حالت ایده‌آل برابر با توزیع خروجی مهاجم A در حالت اجرا واقعی پروتکل ۲-۲-۱ است. اما برای اثبات امنیت باید نشان دهیم توزیع خروجی بخش p_p در حالت ایده‌آل غیر قابل تمیز با توزیع خروجی بخش p_p در حالت واقعی است. حال اگر بخش p_p در اجرا واقعی پروتکل، پروتکل را لغو کند، شبیه‌ساز S نیز \perp را برای بخش قابل اعتماد خواهد فرستاد. بنابراین توزیع برابری را خواهند داشت. حال باید نشان دهیم، وقتی بخش p_p پروتکل را لغو نمی‌کند، خروجی آن با احتمال خطای $(2^{-s} + \mu(\cdot))$ برابر با مقدار $f(x, y)$ است که در آن x متناسب با مقداری که توسط شبیه‌ساز S فرستاده شده، است.

ابتدا هر مدار مبهمی که کلیدهای متناظر با ورودی بخش‌های p_p و p_p آن را باز نکند، مدار نادرست می‌نامیم. طبق پروتکل ۳-۲-۱، واضح است بعد از گام چهارم هر یک از مدارها صحیح و یا ناصحیح هستند و دیگر تغییر نخواهند کرد، به‌دلیل اینکه کلیدهای سیم‌های ورودی و خروجی، تعهدات و مولفه‌های کمکی مشخص و غیر قابل تغییر خواهند بود. به‌طور واضح مشخص است حتی اگر یک مدار کنترل نادرست باشد، بخش p_p از پروتکل خارج می‌شود. در ضمن ما ادعا می‌کنیم که اگر یک مدار ارزیابی صحیح وجود داشته باشد و بخش p_p نیز از پروتکل

View¹

اگر $z'(i) \neq z(i)$ باشد بخش p_p در خروجی رشته

شاهد خواهد بود. در هر دو ترکیب به دلیل ویژگی مدارهای مبهم هیچ اطلاعاتی در خصوص مقدار مبهم متناظر با بیت دیگر را به دست آورد. و از آنجا که $Z_{j,i,0}$ و $Z_{j,i,1}$ غیر قابل تمیز از هم هستند در نتیجه دو مقدار $T_{j,i,0}$ و $T_{j,i,1}$ نیز غیر قابل تمیز از هم خواهند بود.

همان طور که مشاهده شد H_1 توزیع خروجی حالت اجرا واقعی و H_2 توزیع خروجی حالت اجرا ایده آل هستند، به دلایل ذکر شده و ویژگی‌های نمونه اثبات ترکیبی، H_1 و H_2 تمیز ناپذیر از هم هستند. در نتیجه پروتکل ۳-۲-۱ در حالتی که مهاجم مخرب، بخش p_p را در کنترل بگیرد امن است.

با اثبات امنیت در دو حالت فاسد شدن p_p و p_p ، امنیت پروتکل در حضور مهاجم مخرب نیز اثبات می‌شود.

۴-۲- کارآمدی پروتکل پیشنهادی

در این بخش به صورت دقیق تعداد مولفه‌های کارآمدی پروتکل پیشنهادی را بررسی می‌کنیم. کارآمدی پروتکل‌های محاسبات دویبخشی از نظر پیچیدگی محاسبات، شمارش تعداد عملیات ریاضی، عملیات رمزنگاری و پهنای باند بیان می‌شود. در مقایسه‌ی کارآمدی پروتکل‌های پیشنهادی از مقایسه‌ی این مولفه‌ها استفاده می‌شود.

مهمترین عملیات ریاضی پروتکل پیشنهادی عملیات نمایی است. عملیات نمایی از نظر پیچیدگی محاسبات نسبت به عملیات رمزنگاری و تعهد، ساده‌تر است [۱۵]، بنابراین در سال‌های اخیر در عوض طرح‌های تعهد^۱، از عملیات‌های نمایی برپایه فرض DDH در پروتکل محاسبات چند نهادی استفاده می‌کنند. عملیات نمایی استاندارد، معمولاً از تکرار توان رسانی محاسبه می‌شود، برای گروهی از مرتبه q و طول بیت m به طور میانگین $m/5$ ضرب، برای توان رسانی کامل نیازمندیم. اگر چندین محاسبه نمایی دارای یک پایه ثابت با توان‌های متفاوت باشند، می‌توان با محاسبه کوچک‌ترین توان و استفاده از آن در دیگر توان‌رسانی‌ها، تعداد سربار عملیات را به مقدار $m/5$ ضرب، رسانید. از طرفی در تابع $RAND$ از عملیات $x^a \cdot y^b$ استفاده می‌شود که طبق [۱۵] ارزش ۱،۲۵ برابر توان رسانی استاندارد را دارد. در نتیجه برای شمارش تعداد عملیات نمایی با دو نوع نمایی با پایه ثابت^۲ و نمایی منظم^۳ مواجه خواهیم بود [۱۲].

در شمارش تعداد عملیات رمزنگاری متقارن با رمزنگاری کلیدهای متناظر با هر گیت در مدارهای مبهم، عملیات تابع

برای اطمینان از درستی محاسبه خروجی $f(x, y)$ تنظیم می‌کنیم. با فرض اینکه مهاجم A بخش p_p را در اختیار می‌گیرد، شبیه‌ساز S را به شکل زیر می‌سازیم:

۱- شبیه‌ساز S مطابق بخش صادق p_p عمل کرده و ورودی J و مقدار y را که مهاجم A برای انتقال کور برش-انتخاب می‌فرستد، را به دست می‌آورد. سپس S زوج $(input, y)$ را برای بخش قابل اعتماد می‌فرستد و زوج $z = f(x, y)$ را دریافت می‌کند.

۲- شبیه‌ساز S مطابق بخش صادق p_p با ورودی $x = 0$ عمل می‌کند و مقادیر $\{N_{i,b}\}$ را دریافت و عمل می‌کند $\{En_{key_j}(R_{j,i,0})\}$ را برای A می‌فرستد. اگر A لغو پروتکل را برای انتقال کور فرستاده باشد، S از پروتکل خارج خواهد شد.

۳- شبیه‌ساز S مطابق بخش صادق p_p عمل می‌کند، مگر در حالی که طبق محاسبه $z' = f(0, y)$ رابطه $z(i) \neq z'(i)$ برقرار باشد که در این صورت مقدار $T_{j,i,b}$ را به شکل $T_{j,i,b} = En_{Z_{j,i,b}}(\Delta_{i,1-b})$ تعیین می‌کنیم.

حال باید نشان دهیم توزیع خروجی بخش p_p و A در حالت واقعی، از توزیع حالت ایده آل غیر قابل تمیز است. برای اثبات از نمونه اثبات ترکیبی استفاده می‌کنیم.

H_1 : مطابق با نمونه ترکیبی، شبیه‌ساز S نقش p_p صادق، را ایفا می‌کند.

H_2 : شبیه‌ساز S مقدار ورودی y را در انتقال کور برش-انتخاب آورده و $(0, y)$ را برای بخش قابل اعتماد فرستاده و $T_{j,i,b}$ را با توجه به مقدار z محاسبه خواهد کرد.

توزیع H_1 و H_2 با هم برابرند مگر در دو مورد زیر:

۴- در H_1 بخش p_p مقادیر $\{R_{j,i,x(i)}\}$ محاسبه، در حالی که H_2 مقدار $\{R_{j,i,0}\}$ محاسبه می‌شود. از آنجا که $R_{j,i,b} = PRF_{seed_j}(i, R) \oplus N_{i,0}$ است و بخش p_p از آگاهی ندارد پس مقدار $PRF_{seed_j}(i, R)$ برای بخش p_p تصادفی خواهد بود. از طرفی با توجه به این که در هر یک از H ها تنها یکی از $\{R_{j,i,b}\}$ محاسبه می‌شود و این مقدار به طور یکنواخت تصادفی است. پس در نتیجه این تفاوت از نظر محاسباتی تمیزناپذیر خواهد بود.

۵- در H_1 ، بخش p_p مقدار $Z_{j,i,z(i)}$ و $T_{j,i,z(i)} = En_{Z_{j,i,z(i)}}(\Delta_{i,z(i)})$ را به دست خواهد آورد. اما در H_2

¹ Commitment

² Fixed-Base Exponentiations

³ Regular Exponentiations

برابر با $2sl$ ، تعهدات نیز ... است. تعداد عملیات‌های پیچیدگی محاسباتی با s تعداد مدارها، l تعداد بیت ورودی هر یک از بخش‌ها و تعداد بیت خروجی، $|c|$ نشان‌دهنده تعداد بیت مدار، در جدول (۴) قابل مشاهده است.

PRF و تعهدات مواجه هستیم. برای تولید هر مدار مبهم با فرض $|c|$ به‌عنوان تعداد گیت هر مدار، نیازمند $8|c|$ عملیات رمزنگاری هستیم. و با فرض انتخاب 50% درصد مدارات به‌عنوان مدار کنترل، تعداد رمزگشایی‌ها برابر با $8|c| \cdot \frac{s}{2}$ و برای مدارهای ارزیابی، مقدار $2|c| \cdot \frac{s}{2}$ است. از طرفی تعداد محاسبه‌ی تابع PRF

جدول (۴): کارآمدی پروتکل پیشنهادی

گام	Fixed-base exponent	Regular exponent	symmetric encryptions	group elements	Symmetric comm
۱	--	-	$8 c s + 2sl$	-	-
۲	$15.5sl + 2s + l$	$4sl + 6s + 25$	$3sl$	$10sl + 8s + 19$	$3sl^2$
۳	-	$3l + 2$	$4l$	$32(l + 1)$	-
۴	-	-	$4Sl + 3s + l$	-	$sl^2 + 4sl c + 2sl + l^2$
۵	-	-	$s c + \frac{sl}{2} + \frac{s}{2}$	-	-
۶	$2.5s$	3	s	$3 + s$	$2l^2 + sl + l$
۷	-	-	$S + 2sl$	-	-
۸	-	-	$4 c s + \frac{3sl}{2}$	-	sl
جمع	$15.5sl + 4.5s + l$	$4sl + 6s + 3l$	$13 c s + 13sl + 5.5s + 5l$	$10sl + 9s$	$(4s + 3)l^2 + 4sl c + 4sl + l$

از نظر پیچیدگی محاسبات تعداد مدار مبهم رابطه مستقیم با تعداد عملیات رمزنگاری و مولفه‌های دیگر دارد. از آنجا که کاهش احتمال خطا عامل اصلی کاهش تعداد مدار است، پس پروتکل‌هایی با احتمال خطای 2^{-s} از نظر محاسبات کارآمدتر هستند. در نتیجه برای بررسی دقیق‌تر پروتکل پیشنهادی، در جدول (۵)، با پروتکل [۱۰] در جزئیات پروتکل مقایسه صورت می‌گیرد.

۵- مقایسه کارآمدی

از نظر پیچیدگی محاسبات، احتمال خطای پروتکل، تعداد مدارهای مبهم، تعداد عملیات رمزنگاری، عملیات نمایی طبق جدول (۵) با پروتکل‌های قبلی مقایسه شده‌اند.

جدول (۵): مقایسه‌ی کارآمدی پروتکل پیشنهادی با پروتکل‌های پیشین

پروتکل	error probability	Number of circuits to 2^{-40}	symmetric encryptions	exponent	group elements	Symmetric communication
[۷]	$2^{-\frac{s}{4}}$	۱۶۰	$O(s c)$	$O(sl)$	-	$O(s c l)$
[۱۶]	$2^{-\frac{s}{17}}$	۶۸۰	$O(s c + s^2l)$	-	-	$O(s c l + s^2l)$
[۱۲]	2^{-311s}	۱۲۸	$O(s c)$	$O(sl)$	$O(sl)$	-
[۱۰]	2^{-s}	۴۰	$O(s c)$	$O(sl)$	$O(sl)$	$O(s c l)$
[۱۴]	2^{-s}	۴۰	$O(s c + sl)$	-	$O(s)$	-
پروتکل پیشنهادی	2^{-s}	۴۰	$O(s c)$	$O(sl)$	$O(sl)$	$O(s c l)$

جدول (۶): مقایسه جزئیات کارآمدی پروتکل پیشنهادی

پروتکل	Fixed-base exponent	Regular exponent	symmetric encryptions	group elements	Symmetric communication
[۱۰]	$25sl+5040s$	$3.5sl+18l+480l$	$13s c +39sl$	$26sl$	$4s c + 14sl^2$
پروتکل پیشنهادی	$15.5sl+4.5s+l$	$4sl+6s+3l$	$13 c s + 13sl$	$10sl+9s$	$(4s+3)l^2+4sl c +4sl+l$

منتقل شده به عنوان رشته‌های رمز شده، با فرض ۱۲۸ بیتی بودن رشته‌های رمز شده و ۲۲۰ بیتی بودن هر یک از عناصر گروه به دست می‌آید [۱۰]. جزئیات محاسبه مقادیر در جدول (۷) مشاهده می‌شود.

برای درک بهتر مقایسه کارآمدی، جزئیات جدول (۶) را برای مثال، بر روی مدار الگوریتم AES با ۶۸۰۰ گیت و اندازه $l = 128$ بیت محاسبه می‌کنیم. برای به دست آوردن پهنای باند پروتکل، از محاسبه مجموع بیت‌هایی که در تبادل عناصر گروه و بیت‌های

جدول (۷): مقایسه مولفه‌های پیچیدگی محاسبات در مدار AES

پروتکل	Fixed-base exponent	Regular exponent	symmetric encryptions	bandwidth
[۱۰]	۳۰۹۱۲۰	۳۷۱۲۰	۳۷۴۹۶۰۰	۱۷۷۷۲۵۴۴۰
پروتکل پیشنهادی	۷۹۶۶۸	۲۱۱۰۴	۳۶۰۲۵۶۰	۱۵۳۲۹۸۴۰۰

برش - انتخاب، پیچیدگی این نوع محاسبات را به طور چشم‌گیری کاهش دادیم.

۶- نتیجه‌گیری

در سال‌های اخیر با گسترش روز افزون شبکه‌های اینترنت، اینترنت اشیاء و رایانش ابری، محاسبات توزیع شده کاربرد فراوانی یافته است. امروزه مهمترین چالش محاسبات توزیع شده حفظ محرمانگی و حریم خصوصی داده‌های هر یک از نودهای شبکه است. پروتکل‌های محاسبات دوبخشی راه‌حل مناسب برای حفظ حریم خصوصی داده‌ها به‌شمار می‌رود. امنیت و کارآمدی پروتکل‌های محاسبات دوبخشی از نکات مهم این پروتکل‌ها به‌شمار می‌روند.

پروتکل دوبخشی یائو در برابر مهاجم نیمه‌صادق امن بود اما در واقعیت با مهاجمین و بخش‌هایی مواجه هستیم که توانایی بالاتری دارند. مهاجم مخرب نمونه خوبی برای نمونه‌سازی این نوع مهاجمین است. برای امن کردن پروتکل یائو در برابر مهاجم مخرب از روش برش - انتخاب در مقالات مختلفی بهره برده‌اند که دارای نقاط ضعف یا سبب افزایش پیچیدگی پروتکل شده‌اند. در پروتکل پیشنهادی با ادغام انتقال کور و روش برش - انتخاب پروتکل پیشنهادی در برابر مهاجم مخرب امن گردید.

کارآمدی پروتکل‌های محاسبه دو بخشی بر پایه‌ی پیچیدگی محاسبات و پهنای باند پروتکل سنجیده می‌شود. برای مقایسه، در محاسبه‌ی الگوریتم AES پروتکل پیشنهادی از نظر پیچیدگی محاسبات و تعداد عملیات‌های رمزنگاری با کاهش تقریباً ۴٪ و در عملیات توان رسانی با کاهش ۷۰٪ و در پهنای باند پروتکل پیشنهادی ۱۳٪ کمتر از پروتکل یهودا است.

در این مقاله با ارائه‌ی پروتکل محاسبه دوبخشی پیشنهادی کارآمد با استفاده از روش‌های بازیابی ورودی و انتقال کور

۷- مراجع

- [1] T. P. Jakobsen, "Practical aspects of secure multiparty computation," Department of Computer Science, Aarhus University, 2015.
- [2] A. C. Yao, "Protocols for secure computations," in 23rd annual symposium on foundations of computer science, pp. 160-164, 1982.
- [3] Y. Lindell and B. Pinkas, "A proof of security of Yao's protocol for two-party computation," Journal of cryptology, vol. 22, pp. 161-188, 2009.
- [4] A. C.-C. Yao, "How to generate and exchange secrets," in 27th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (sfcs 1986), pp. 162-167, 1986.
- [5] O. Goldreich, S. Micali, and A. Wigderson, "How to play any mental game," in Proceedings of the nineteenth annual ACM symposium on Theory of computing, pp. 218-229, 1987.
- [6] S. Goldwasser, S. Micali, and C. Rackoff, "The knowledge complexity of interactive proof systems," SIAM Journal on computing, vol. 18, pp. 186-208, 1989.
- [7] P. Mohassel and M. Franklin, "Efficiency tradeoffs for malicious two-party computation," in International Workshop on Public Key Cryptography, pp. 458-473, 2006.
- [8] D. Malkhi, N. Nisan, B. Pinkas, and Y. Sella, "Fairplay-Secure Two-Party Computation System," in USENIX Security Symposium, p. 9, 2004.
- [9] C. Hazay and Y. Lindell, "Efficient secure two-party protocols: Techniques and constructions," Springer Science & Business Media, 2010.
- [10] Y. Lindell, "Fast cut-and-choose-based protocols for malicious and covert adversaries," Journal of Cryptology, vol. 29, pp. 456-490, 2016.

- [14] X. Wang, A. J. Malozemoff, and J. Katz, "Faster secure two-party computation in the single-execution setting," in Annual International Conference on the Theory and Applications of Cryptographic Techniques, pp. 399-424, 2017 .
- [15] A. J. Menezes, J. Katz, P. C. Van Oorschot, and S. A. Vanstone, Handbook of applied cryptography: CRC press, 1996.
- [16] Y. Lindell and B. Pinkas, "An efficient protocol for secure two-party computation in the presence of malicious adversaries," in Annual International Conference on the Theory and Applications of Cryptographic Techniques, pp. 52-78, 2007.
- [11] C. Peikert, V. Vaikuntanathan, and B. Waters, "A framework for efficient and composable oblivious transfer," in Annual international cryptology conference, pp. 554-571, 2008.
- [12] Y. Lindell and B. Pinkas, "Secure two-party computation via cut-and-choose oblivious transfer," Journal of cryptology, vol. 25, pp. 680-722, 2012.
- [13] H. Jiang, Q. Xu, C. Liu, Z. Zheng, Y. Tang, and M. Wang, "Cut-and-choose bilateral oblivious transfer protocol based on DDH assumption," Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing, pp. 1-11, 2018.

