

علمی - پژوهشی

## ارائه یک روش جدید و جامع برای نمایش کوانتومی سیگنال‌های صوتی دیجیتال

جواد چهارلنگ<sup>۱</sup>، محمد مصلح<sup>۲\*</sup>، سعید رسولی هیکل آباد<sup>۳</sup>

۱- دکتری، ۲- استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر، واحد دزفول، دانشگاه آزاد اسلامی، دزفول، ایران ۳- استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر، واحد تبریز،

دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

(دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۰۶، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۱۵)

### چکیده

دور از انتظار نیست که با افزایش روز افزون حجم اطلاعات و داده‌های پردازشی، محاسبات کلاسیک به سبب محدودیت‌هایی همچون افزایش شدید بار محاسباتی و پیچیدگی زمانی، و همچنین عدم توانایی یا مقرون به صرف نبودن اجرای برخی الگوریتم‌ها و پردازش‌ها، به انتهای راه خود برسد. در دهه‌های اخیر محاسبات کوانتومی به‌عنوان یکی از فناوری‌های نویدبخش جدید برای غلبه بر محدودیت‌های محاسبات کلاسیک پیشنهاد شده است و نسل جدیدی از کامپیوترها و شبکه‌های ارتباطی بر مبنای آن در حال شکل‌گیری است. پردازش سیگنال‌های دیجیتال یکی از شاخه‌هایی است که سعی در استفاده از توانایی‌های محاسبات کوانتومی داشته است و در این راستا تاکنون روش‌های انگشت‌شماری جهت نمایش سیگنال‌های صوتی به فرم کوانتومی ارائه شده است. این روش‌ها یا توانایی نمایش دقیق یک سیگنال دیجیتال به فرم کوانتومی را ندارند و یا اینکه قابلیت استفاده برای انواع سیگنال‌های صوتی تک‌کاناله یا چندکاناله را دارا نمی‌باشند. بنابراین، در این خصوص نیاز به یک روش نمایش جامع و دقیق احساس می‌شد که بر این اساس در این مقاله، نمایش کوانتومی جامع سیگنال‌های دیجیتال (CQRDS) پیشنهاد شده است، که قابلیت نمایش دقیق هر سیگنال صوتی دیجیتال به فرم کوانتومی معادل را دارد و برای انواع سیگنال‌های صوتی تک‌کاناله و یا چندکاناله قابل استفاده می‌باشد. نمایش پیشنهادی از سه دنباله کوانتومی درهم‌تنیده، شامل یک دنباله اعشاری مکمل دو برای ذخیره دامنه نمونه‌ها، و دو دنباله کوانتومی صحیح، جهت ذخیره اطلاعات کانال و زمان نمونه‌ها استفاده می‌کند. در این مقاله نحوه نمایش، آماده‌سازی، بازیابی و فشرده‌سازی سیگنال‌های صوتی کوانتومی با روش پیشنهادی تشریح شده است. همچنین مقایسه دقیقی بین قابلیت‌ها و ویژگی‌های روش پیشنهادی با روش‌های موجود ارائه شده است که این مقایسه بیانگر جامع بودن روش پیشنهادی نسبت به روش‌های موجود می‌باشد.

**کلیدواژه‌ها:** محاسبات کوانتومی، پردازش سیگنال کوانتومی، صوت کوانتومی، نمایش سیگنال کوانتومی

### ۱- مقدمه

محاسبات کوانتومی اولین بار توسط ریچارد فیمن در سال ۱۹۸۲ معرفی شد و بعدها با ارائه الگوریتم‌های کوانتومی مختلف توسط دانشمندانی چون شر و گراور [۲-۳] پیشرفت‌های قابل توجهی کرد. این پیشرفت‌ها موجب ایجاد انگیزه‌ای مضاعف در بین دانشمندان جهت تحقیقات بیشتر در جهت کشف خواص بی‌نظیر محاسبات کوانتومی گردید و باعث شد تا محاسبات کوانتومی به‌عنوان یک جایگزین مناسب جهت غلبه بر محدودیت‌های محاسبات کلاسیک در نظر گرفته شود.

پردازش سیگنال‌های دیجیتال یکی از مهم‌ترین شاخه‌های علم پردازش اطلاعات به‌شمار می‌رود که در طیف وسیعی از کاربردها همچون پردازش صوت، پردازش تصویر، سونار، رادار، ارتباطات، سامانه‌های کنترل و مهندسی پزشکی کاربرد دارد [۴]. پیشرفت‌های قابل توجهی که در کیفیت ذخیره‌سازی اطلاعات دیجیتال صورت گرفته است، موجب شده که پردازش این حجم از اطلاعات با استفاده از مدل‌های محاسباتی کلاسیک بسیار زمان‌بر گردد. یکی از بهترین مدل‌های جایگزین برای غلبه

پیشرفت‌های اخیر در حوزه پردازش اطلاعات و محاسبات موجب شده است مدل محاسباتی کلاسیک به‌تدریج جای خود را به یک مدل جدیدتر به نام مدل محاسبات کوانتومی<sup>۱</sup> بدهد. محاسبات کوانتومی و نظریه اطلاعات کوانتومی، پایه و اساس شکل‌گیری نسل جدیدی از کامپیوترهای مبتنی بر اصول مکانیک کوانتوم، تحت عنوان کامپیوترهای کوانتومی می‌باشند که با برخورداری از ویژگی ذاتی پردازش موازی محاسبات قادرند بسیاری از مسائل کلاسیک را با پیچیدگی محاسباتی و زمان بسیار کمتر اجرا نمایند. مدل کوانتومی محاسبات قادر است اطلاعات را با استفاده از خصوصیات ویژه مکانیک کوانتوم نظیر برهم‌نهی<sup>۲</sup> و حالت درهم‌تنیدگی<sup>۳</sup>، ذخیره، پردازش و منتقل نمایند [۱]. مفهوم

\*رایانامه نویسنده مسئول: Mosleh@iaud.ac.ir

<sup>1</sup> Quantum Computing

<sup>2</sup> Superposition

<sup>3</sup> Entanglement

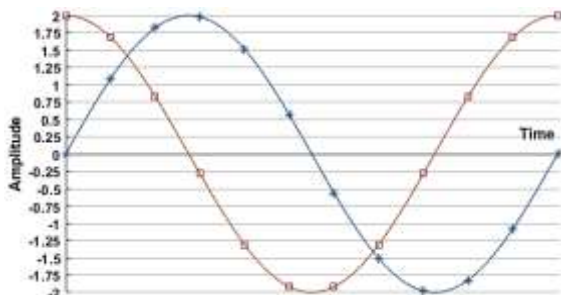
اطلاعات دامنه و زمان نمونه‌های یک سیگنال استفاده می‌کند. سه روش QRDA، FRQA و QRDS صرفاً برای ذخیره‌سازی اطلاعات یک سیگنال کوانتومی تک کاناله مناسب می‌باشند. در پردازش سیگنال‌های کوانتومی که مبتنی بر اصول مکانیک کوانتوم می‌باشد، هر صوت و یا تصویر کوانتومی باید به‌عنوان یک بردار نرمالیزه<sup>۵</sup> با طول واحد در فضای هیلبرت<sup>۶</sup> تعریف شود، که این بردار باید حاوی اطلاعات تمامی نمونه‌ها و تمامی کانال‌های سیگنال یا تصویر با احتمال برابر باشد که روش‌های مذکور چنین قابلیت‌هایی را برای نمایش سیگنال‌های چندکاناله دارا نمی‌باشند. در خصوص نمایش سیگنال‌های صوتی چندکاناله کوانتومی نیز فقط یک روش به نام نمایش کوانتومی صداها<sup>۷</sup> چندکاناله کوانتومی دیجیتال<sup>۸</sup> (QRMA) اخیراً ارائه شده است، این روش الهام گرفته از روش‌های چندکاناله تصویر QRMW می‌باشد که همانند روش‌های صوتی QRDA و FRQA، یک سیگنال صوت چندکاناله را صرفاً به‌صورت مقادیر صحیحی از دامنه نمونه‌ها نمایش می‌دهد و توانایی نمایش دقیق یک سیگنال صوت چندکاناله به فرم کوانتومی را دارا نمی‌باشد.

با توجه به تحلیل‌های ذکرشده واضح است که روش‌های نمایش کوانتومی سیگنال‌های صوتی تک کاناله موجود، قابلیت استفاده برای سیگنال‌های صوتی چندکاناله را ندارند و در برخی موارد نیز معادل کوانتومی یک سیگنال را به‌صورت دقیق نمایش نمی‌دهند، همچنین روش QRMA چندکاناله نیز قابلیت نمایش نمونه‌های سیگنال را به‌صورت دقیق و واقعی و به فرم نمونه‌هایی با مقدار عددی غیرصحیح و اعشاری دارا نمی‌باشد و علاوه بر این، قابلیت استفاده برای یک سیگنال صوتی تک کاناله را ندارد. بنابراین در این مقاله به‌منظور رفع کاستی‌های نمایش‌های کوانتومی موجود برای سیگنال‌های صوتی، با الهام از نقاط قوت روش‌های موجود، روش نمایش کوانتومی جامع سیگنال‌های صوتی چندکاناله<sup>۸</sup> (CQRDS) ارائه شده است، که هم قادر است اطلاعات نمونه‌های سیگنال را به‌صورت واقعی‌تر و به فرم غیرصحیح و اعشاری ذخیره کند و هم اینکه توانایی به‌کارگیری برای انواع سیگنال‌های صوتی تک کاناله و چندکاناله را دارا می‌باشد. روش پیشنهادی در حالت پایه به‌صورت نمایش چندکاناله ارائه شده است که با صفر قرار دادن کیوبیت<sup>۹</sup> مربوط به اطلاعات کانال‌ها به‌صورت تک کاناله عمل می‌کند. روش پیشنهادی با استفاده از سه دنباله کیوبیت درهم‌تنیده، اطلاعات مربوط به دامنه، زمان و کانال نمونه‌های یک سیگنال صوتی چندکاناله را توسط یک حالت برهم نهی نرمالیزه کوانتومی

بر این مسئله استفاده از مدل محاسبات کوانتومی است، که برای این منظور لازم است اطلاعات دیجیتال به فرم نمایش کوانتومی تبدیل شوند تا بتوان به کمک مدل محاسبات کوانتومی آن‌ها را پردازش نمود. در زمینه نمایش کوانتومی تصاویر دیجیتال کلاسیک تاکنون چندین نمایش کوانتومی تصویر مختلف نظیر Qubit Lattice [۵]، Entangled Image [۶]، Real Ket [۷]، FRQI [۸]، NEQR [۹]، OCQR [۱۰]، MCQI [۱۱]، QRMW [۱۲] ارائه شده است. اما در زمینه نمایش سیگنال‌های صوتی دیجیتال به‌صورت کوانتومی تاکنون روش‌های اندکی ارائه شده است. از جمله این روش‌ها، دو نمایش کوانتومی به نام‌های نمایش کوانتومی صداها<sup>۱</sup> دیجیتال<sup>۱</sup> (QRDA) و نمایش منعطف صداها<sup>۲</sup> کوانتومی<sup>۲</sup> (FRQA) [۱۴] ارائه شده‌اند که مختص سیگنال‌های صوتی تک کاناله می‌باشند. نمایش QRDA به‌عنوان پیشگام این حوزه، با الهام از روش نمایش تصویر کوانتومی NEQR قادر است با استفاده از دو دنباله کیوبیت درهم‌تنیده، اطلاعات مربوط به دامنه و زمان نمونه‌های یک سیگنال دیجیتال تک کاناله را ذخیره نماید. این نمایش کوانتومی از یک دنباله باینری  $q$  بیتی جهت نگهداری مقادیر دامنه نمونه‌های سیگنال به فرم مثبت تک‌قطبی در بازه  $\{0, 1, 2, \dots, 2^{q-1}\}$  استفاده می‌کند. استفاده از نمایش تک‌قطبی جهت ذخیره مقادیر دامنه نمونه‌ها، در برخی عملیات پردازشی همانند جمع و تفریق نمونه‌های دو سیگنال می‌تواند موجب ایجاد نتیجه نادرست شود. پس از آن، نمایش FRQA توسط یان و همکاران [۱۴] ارائه شد که این روش نیز با ساختاری مشابه روش QRDA، از دو دنباله کیوبیت<sup>۳</sup> درهم‌تنیده به‌منظور نگهداری اطلاعات دامنه و زمان نمونه‌های یک سیگنال تک کاناله استفاده می‌نماید. مزیت این روش نمایش در مقایسه با روش QRDA، توانایی آن در نمایش مقادیر دامنه نمونه‌های سیگنال با مقادیر دوقطبی مثبت و منفی در بازه  $\{-1, 0, 1, \dots, 2^{q-1} - 1\}$  می‌باشد. با توجه به اینکه دو روش مذکور مقدار دامنه نمونه‌های یک سیگنال صوتی کوانتومی را صرفاً به‌صورت مقادیر عددی صحیح نمایش می‌دهند و این موضوع با واقعیت یک سیگنال صوتی متناقض است بنابراین توانایی نمایش دقیق یک سیگنال دیجیتال کلاسیک را به فرم کوانتومی دارا نمی‌باشند، برای رفع این مشکل، روش نمایش کوانتومی سیگنال‌های دیجیتال<sup>۴</sup> (QRDS) توسط لی و همکاران [۱۵] به‌عنوان اولین روش نمایش سیگنال صوتی کوانتومی با قابلیت ذخیره‌سازی مقادیر دامنه نمونه‌های یک سیگنال تک کانال به‌صورت اعداد غیر صحیح و اعشاری ارائه شد. روش QRDS نیز مشابه روش‌های قبل از دو کیوبیت در هم تنیده برای ذخیره

<sup>5</sup> Normalized<sup>6</sup> Hilbert<sup>7</sup> Quantum Representation of Multichannel Audio<sup>8</sup> Comprehensive Quantum Representation of Digital Signals<sup>9</sup> Qubit<sup>1</sup> Quantum Representation of Digital Audio<sup>2</sup> Flexible Representation of Quantum Audio<sup>3</sup> Qubit Sequence<sup>4</sup> Quantum Representation of Digital Signals

کوانتیزاسیون با گام‌های  $0.25$  نسبت به ولتاژ مرجع ( که در اینجا همان ولتاژ نوسان کامل<sup>۵</sup> سیگنال می‌باشد) و با مقادیر دامنه مثبت و منفی (دوقطبی) تعیین شده‌اند. هنگام ضبط صدا در برخی موارد بیش از یک ابزار ضبط صدا در صحنه قرار داده می‌شود که به هر یک از این ابزارها، یک کانال گفته می‌شود. صدای به‌دست‌آمده از همه کانال‌ها را می‌توان توسط ADCهای چندکاناله و به‌صورت هم‌زمان نمونه‌برداری و کوانتیزه کرد. معمولاً داده‌های به‌دست‌آمده از همه کانال‌ها را با هم در یک فایل قرار می‌دهند که به این شیوه ضبط چندکاناله گفته می‌شود. استفاده از کانال‌های متعدد در ضبط و رندر صوتی باعث بازسازی بهتر و واقعی‌تر محیط‌های صوتی دلخواه می‌شود. گوش انسان می‌تواند صدا را از جهات مختلف دریافت کند، پخش صدای چندکاناله موجب می‌شود صدایی مشابه با صدای واقعی به گوش منتقل شود و در نتیجه صدا واقعی‌تر جلوه کند. صداهای چندکاناله به‌دلیل قابلیت ذخیره‌سازی حجم بیشتر داده و امکان ذخیره صداهایی باکیفیت‌تر و واقعی‌تر استفاده بسیار گسترده‌ای در بسیاری از کاربردها نظیر انواع فرمت‌های صوتی و تصویری، ذخیره و پخش موسیقی، ویدئو، و وسایل و تجهیزات سرگرمی و دیجیتال دارند. در این مقاله از سیگنال صوت ارائه در شکل (۱) که نمونه‌ای از یک سیگنال دو کاناله استریو می‌باشد به‌عنوان یک مثال عملی جهت درک بهتر روش پیشنهادی استفاده شده است.



شکل (۱): یک سیگنال استریو دوکاناله با نمونه‌های کوانتیزه شده با مقادیر دوقطبی و اعشاری.

## ۲- مروری بر کارهای پیشین

حوزه سیگنال‌های صوتی کوانتومی حوزه‌ای بسیار جدید می‌باشد که شروع پژوهش‌ها در این زمینه طی سال‌های اخیر بوده است. اولین نمایش کوانتومی سیگنال صوتی تک‌کاناله که نمایش کوانتومی صوت دیجیتال (QRDA) نامیده شد، توسط وانگ [۱۳] مطرح گردید. در این روش نمایش از دو دنباله کیوبیت درهم‌تنیده جهت نگهداری اطلاعات زمان و دامنه نمونه‌های سیگنال صوت استفاده شده است و کل اطلاعات یک سیگنال صوتی تک کاناله توسط یک حالت برهم‌نهی از دو دنباله کیوبیت

مدل‌سازی و ذخیره نماید. این روش قادر است که در حالت اصلی و پایه خود اطلاعات یک سیگنال با طول و تعداد دلخواه کانال را در یک حالت برهم‌نهی از سه دنباله کیوبیت ذخیره نماید، همچنین این روش در حالت تک کانال نیز توانایی نمایش سیگنال‌های تک‌کاناله را با ساختاری بهینه‌تر از روش‌های تک کاناله موجود دارا می‌باشد.

ساماندهی دیگر بخش‌های مقاله بدین ترتیب می‌باشد: در بخش دوم روش‌های موجود در زمینه نمایش سیگنال‌های صوتی کوانتومی بررسی می‌گردند. در بخش سوم به ارائه روش پیشنهادی پرداخته می‌شود. در بخش چهارم الگوریتم فشرده‌سازی شبکه‌مدار کوانتومی نمایش پیشنهادی ارائه شده است. در بخش پنجم مقایسه‌ای بین ویژگی‌ها و قابلیت‌های روش‌های موجود با روش پیشنهادی ارائه شده است. در نهایت مقاله با بخش نتیجه‌گیری خاتمه می‌یابد.

معمول‌ترین شیوه نمایش صوت، ذخیره صدا به‌صورت مجموعه‌ای از نمونه‌های دامنه است که بیانگر حجم صدا به‌عنوان یک تابع متغیر با زمان می‌باشند. سیگنال‌های صوتی سیگنال‌هایی آنالوگ و پیوسته می‌باشند که جهت برخورداری از قابلیت ذخیره و پردازش توسط کامپیوترها باید به فرم سیگنال گسسته و دیجیتال تبدیل شوند. به‌منظور تبدیل سیگنال‌های آنالوگ به دیجیتال از میدل‌های آنالوگ به دیجیتال<sup>۱</sup> (ADC) استفاده می‌شود که برای این منظور دو مرحله عملیات نمونه‌برداری<sup>۲</sup> و کوانتیزاسیون<sup>۳</sup> بر روی سیگنال پیوسته ورودی انجام می‌دهند. ابتدا در مرحله اول توسط یک نرخ نمونه‌برداری مشخص اندازه دامنه صوت در فواصل زمانی معین ذخیره می‌شود سپس در مرحله دوم مقادیر دامنه نمونه‌های ذخیره‌شده با توجه به ولتاژ مرجع<sup>۴</sup> مبدل، به مقادیر (سطوح) خاصی از دامنه ولتاژ مرجع محدود می‌شوند که به این عمل کوانتیزاسیون گفته می‌شود. در نهایت نیز به سطوح مورد نظر کدهای دیجیتالی خاصی اختصاص داده می‌شود. در این مقاله برای اینکه نمونه‌های یک سیگنال واقعی کلاسیک با مقدار و محدوده دلخواه بتوانند به فرم کوانتومی دقیق تبدیل شود عملیات کوانتیزاسیون در حالت کلاسیک سیگنال انجام می‌گیرد. در شکل (۱) یک سیگنال صوت دوکاناله متشکل از دوکانال  $y_1 = 2\sin(x)$  و  $y_2 = 2\cos(x)$  در بازه  $[0, 2\pi]$  نشان داده شده است. هر دو کانال سیگنال مذکور دارای ولتاژ نوسان  $\pm 2$  بوده که با فرکانس نمونه‌برداری  $6\text{ Hz}$  نمونه‌های آنها مشخص گردیده است. نمونه‌ها توسط سطوح مختلف

<sup>1</sup> Analog to Digital Converter

<sup>2</sup> Sampling

<sup>3</sup> Quantization

<sup>4</sup> Reference Voltage

<sup>5</sup> Full Swing Voltage

مربوطه می‌باشد و در صورتی که  $S_t^1 = 1$  مقدار دامنه نمونه منفی و برابر مکمل دو دنباله باینری مربوطه خواهد بود. همچنین این روش نیز مشابه روش QRDA، فقط توانایی ذخیره مقدار دامنه نمونه‌ها را به شکل عددی صحیح دارا می‌باشد که این امر موجب دقت ناکافی در نمایش کوانتومی یک سیگنال دیجیتال کلاسیک خواهد بود. علاوه بر این روش FRQA نیز امکان نگهداری اطلاعات کانال‌های یک سیگنال و قابلیت استفاده برای نمایش کوانتومی سیگنال‌های چندکاناله را دارا نمی‌باشد.

با توجه به اینکه نمونه‌های یک سیگنال صوت واقعی صرفاً دارای مقادیر عددی صحیح نمی‌باشند بنابراین دو روش نمایش کوانتومی QRDA و FRQA به‌طور کامل و دقیق نمی‌توانند معادل کوانتومی یک سیگنال دیجیتال کلاسیک را نمایش دهند، که برای رفع این مشکل با الهام از روش FRQA، روش نمایش کوانتومی سیگنال‌های دیجیتال (QRDS) توسط لی و همکاران [۱۶] ارائه شد. در این نمایش نیز مشابه روش‌های قبل از دو دنباله کوانتومی درهم‌تنیده برای ذخیره‌سازی اطلاعات دامنه و زمان یک سیگنال صوتی تک‌کاناله استفاده شده است، با این تفاوت که در این نمایش کوانتومی اطلاعات مربوط به دامنه نمونه‌های سیگنال توسط یک دنباله کوانتومی مکمل دو با طول  $n + 1$  و به صورت  $(x_t^{n-m}, x_t^{n-m-1}, \dots, x_t^0, x_t^{-1}, \dots, x_t^{-m})$  نمایش داده می‌شود که در این دنباله تک کیوبیت  $x_t^m$  به‌عنوان کیوبیت علامت، تعداد  $m$  کیوبیت  $x_t^{m-1}, \dots, x_t^1$ ، کیوبیت‌های بخش صحیح و تعداد  $n - m$  کیوبیت  $x_t^{n-m}, \dots, x_t^{-1}$ ، کیوبیت‌های بخش اعشار مقدار دامنه نمونه سیگنال می‌باشند. در این نمایش برخلاف روش‌های قبلی مقادیر دامنه نمونه‌های سیگنال به‌صورت دقیق‌تر و توسط دنباله کیوبیت‌های غیرصحیح و اعشاری قابل نمایش می‌باشد، اما این روش نیز توانایی ذخیره‌سازی و نمایش مقادیر نمونه‌های یک سیگنال صوتی چندکاناله را دارا نمی‌باشد. اخیراً اولین نمایش کوانتومی برای سیگنال‌های صوتی چندکاناله به نام نمایش کوانتومی صداها (QRMA) توسط شان و همکاران [۱۷] ارائه گردید. روش QRMA الهام گرفته از روش نمایش چند طول موجی برای تصاویر QRMW می‌باشد [۱۸]، که از سه کیوبیت در هم تنیده برای ذخیره اطلاعات دامنه، زمان و کانال‌های یک سیگنال صوتی استفاده می‌کند. با توجه به این‌که این روش الهام گرفته از نمایش کوانتومی برای تصاویر دیجیتال می‌باشد، مشابه با مقدار عددی صحیح استفاده شده برای مقادیر پیکسل‌های تصویر، از یک مقدار عددی صحیح برای نمایش مقدار دامنه نمونه‌های سیگنال صوت نیز استفاده کرده است، به همین علت این روش نیز مشکل مطرح شده در مورد روش‌های QRDA و FRQA را دارا می‌باشد و بنابراین توانایی نمایش دقیق نمونه‌های یک سیگنال صوتی کلاسیک را به فرم کوانتومی را دارا نمی‌باشد.

ذخیره می‌شود. در این نمایش یک سیگنال صوتی تک‌کاناله  $A = [a_0, a_1, \dots, a_{L-1}]$  را که در آن  $L$  تعداد نمونه‌ها (طول سیگنال) و  $a_T \in \{0, 1, \dots, 2^{q-1}\}$  مقدار صحیح و مثبت دامنه هر نمونه است را می‌توان با استفاده از ضرب تانسوری<sup>۱</sup> دنباله‌های کیوبیتی زمان و دامنه به‌صورت روابط (۱-۴) نمایش داد:

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^l}} \sum_{T=0}^{L-1} |D_T\rangle \otimes |T\rangle \quad (۱)$$

$$|T\rangle = |t_0 t_1 \dots t_{l-1}\rangle, t_i \in \{0, 1\} \quad (۲)$$

$$|D_T\rangle = |D_T^0 D_T^1 \dots D_T^{q-2} D_T^{q-1}\rangle, D_T^i \in \{0, 1\} \quad (۳)$$

$$l = \begin{cases} \lceil \log_2 L \rceil, & L > 1 \\ 1, & L = 1 \end{cases} \quad (۴)$$

که در آن  $\otimes$  مبین عملگر تانسوری،  $L$  طول سیگنال صوتی تک‌کاناله،  $|D_T\rangle$  دنباله باینری مقادیر دامنه نمونه‌ها با طول  $q$  و  $|T\rangle$  دنباله باینری زمان نمونه‌ها با طول  $l$  می‌باشد. در این روابط  $q$  تعداد بیت‌های کوانتیزاسیون و  $l$  تعداد بیت‌های مورد نیاز برای نمایش طول سیگنال می‌باشد. روش QRDA برای نمایش کوانتومی یک سیگنال تک‌کاناله با طول  $L$  و با محدوده دامنه  $2^q$  به  $(q + l)$  کیوبیت نیاز دارد. یکی از ضعف‌های عمده این روش نمایش کوانتومی، عدم قابلیت آن در نمایش نمونه‌های منفی یک سیگنال صوت کوانتومی می‌باشد، زیرا این روش از کدینگ تک‌قطبی جهت ذخیره مقادیر دامنه نمونه‌های سیگنال کوانتومی استفاده می‌کند که این امر موجب می‌شود برخی عملیات پردازش سیگنال همانند تفریق دو نمونه  $a_m, a_n$  که  $a_m < a_n$  می‌باشد، غیرعملی باشد و یا اینکه تعیین یا نمایش متوسط شکل موج سیگنال ممکن نباشد [۱۴]. همچنین این روش امکان نگهداری اطلاعات کانال‌های سیگنال و در نتیجه قابلیت نمایش کوانتومی سیگنال‌های چندکاناله را دارا نمی‌باشد.

به‌منظور رفع مشکلات روش نمایش QRDA، نمایش جدیدی تحت عنوان نمایش منعطف صوت کوانتومی (FRQA) توسط یان و همکاران [۱۴] ارائه گردید. نمایش FRQA در واقع تعمیمی بر نمایش صوت کوانتومی QRDA است که در آن فقط از مقادیر عددی مثبت و منفی صحیح برای ذخیره دامنه نمونه‌های سیگنال استفاده شده است. تفاوت روش نمایش FRQA با نمایش QRDA استفاده از سامانه نمایش اعداد مکمل ۲ برای دنباله کیوبیتی دامنه نمونه‌ها می‌باشد. روش FRQA از دنباله  $S_T \in \{-2^{q-1}, \dots, -1, 0, 1, \dots, 2^{q-1}\}$  به‌صورت دوقطبی برای نمایش مقدار دامنه نمونه‌ها در سیگنال کوانتومی استفاده نموده است، که در آن  $S_t = S_t^0 S_t^1 \dots S_t^{q-2} S_t^{q-1}, S_t^i \in \{0, 1\}, i = 0, 1, \dots, q - 1$  می‌باشد. در این دنباله در صورتی که  $S_t^i = 0$  باشد مقدار دامنه نمونه مثبت و برابر مقدار دنباله باینری

<sup>۱</sup> Tensor Product

کوانتومی، هدف این است که بتوان اطلاعات تمامی کانال‌های یک سیگنال دیجیتال را که مشابه رابطه (۵) به فرم یک ماتریس هستند را در قالب یک حالت کوانتومی نرمالیزه با طول واحد ذخیره‌سازی کرد و نمایش داد.

$$S_{Cn \times L} = \begin{bmatrix} B_{00} & B_{01} & \dots & B_{0(L-1)} \\ B_{10} & B_{11} & \dots & B_{1(L-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{(Cn-1)0} & B_{(Cn-1)1} & \dots & B_{(Cn-1)(L-1)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

در روش پیشنهادی برای هر کانال صوت، مقدار دامنه نمونه‌های سیگنال صوت در هر سطح از کوانتیزاسیون به صورت دنباله باینری  $k+1$  بیتی  $(B_{CT}^m B_{CT}^{m-1} \dots B_{CT}^0 B_{CT}^{-1} \dots B_{CT}^{k-m})$  در سامانه مکمل ۲ و به فرم اعشاری بیان می‌شود که در آن  $B_{CT}^i \in \{0,1\}$  می‌باشد. در دنباله مکمل دو  $B_{CT}$ ، مقدار  $B_{CT}^m$  علامت دنباله را مشخص می‌کند، در صورتی که  $B_{CT}^m = 0$  باشد، دنباله  $B_{CT}$  دارای علامت مثبت بوده و مقادیر باینری دنباله نیز بیانگر مقدار آن می‌باشد و هنگامی که  $B_{CT}^m = 1$  باشد دنباله  $B_{CT}$  دارای علامت مقدار منفی بوده و مکمل دو دنباله باینری بیانگر مقدار آن خواهد بود. همچنین در این دنباله بیت‌های  $B_{CT}^{m-1} \dots B_{CT}^0$  قسمت صحیح و بیت‌های  $B_{CT}^{k-m} \dots B_{CT}^{-1}$  قسمت اعشار مقدار دامنه نمونه‌ها را مشخص می‌کنند.

در روش پیشنهادی، مشابه با روش QRDS به منظور نمایش دامنه نمونه T از کانال C سیگنال چند کاناله کوانتومی، و مشابه با نمایش سیگنال دیجیتال کلاسیک از یک دنباله باینری مکمل دو اعشاری با طول  $k+1$  به صورت رابطه (۶) استفاده می‌شود.

$$A_{CT} = A_{CT}^m A_{CT}^{m-1} \dots A_{CT}^0 A_{CT}^{-1} \dots A_{CT}^{k-m}, A_{CT}^i \in \{0,1\} \quad (6)$$

$i = m, m-1, \dots, 0, 1, k-m,$   
 $C \in \{0, 1, \dots, Cn-1\},$   
 $T = 0, 1, \dots, L-1$

برای این که سیگنال دیجیتال کلاسیک، همانند سیگنال  $S_{Cn \times L}$ ، توسط کامپیوترهای کوانتومی قابل ذخیره و پردازش باشد باید بتوان اطلاعات تمامی نمونه‌ها و کانال‌های آن را توسط یک حالت برهم‌نهی کوانتومی نرمالیزه ذخیره کرد. بر همین اساس مشابه با مدل QRMA در این روش از سه دنباله کیوبیت جهت ذخیره‌سازی اطلاعات مربوط به دامنه، کانال و زمان (موقعیت نمونه) سیگنال صوت چندکاناله استفاده می‌شود. در نمایش پیشنهادی، اولین دنباله کیوبیت جهت ذخیره مقدار دامنه نمونه‌ها، دومین دنباله کیوبیت جهت ذخیره اطلاعات کانال‌های سیگنال صوت و سومین دنباله کیوبیت نیز جهت ذخیره زمان نمونه‌ها استفاده می‌شود. به‌طور کلی نمایش کوانتومی یک سیگنال صوتی کلاسیک نظیر سیگنال  $S_{Cn \times L}$  که در آن تعداد کانال‌ها برابر با Cn و تعداد نمونه‌ها در هر کانال برابر L (طول

علاوه بر این، روش QRMA قابلیت استفاده برای سیگنال‌های صوتی تک‌کاناله را دارا نمی‌باشد.

با بررسی روش‌های موجود و در نظر گرفتن نقاط قوت و ضعف آنها، در این مقاله نمایش کوانتومی جامع برای سیگنال‌های دیجیتال (CQRDS) ارائه شده است که تلفیقی از نقاط قوت روش‌های موجود را در خود دارد و به‌طور دقیقی قابلیت نمایش سیگنال‌های صوتی تک‌کانال و چندکانال را به فرم کوانتومی دارا می‌باشد. به‌طور کلی روش پیشنهادی دارای ویژگی‌های زیر می‌باشد: ۱- نمایش دقیق یک سیگنال دیجیتال به فرم کوانتومی با استفاده از نمایش اعشاری کوانتومی دامنه نمونه‌ها (بر طرف کردن ضعف روش‌های QRDA, FRQA و QRMA) ۲- عملکرد صحیح نمایش پیشنهادی در عملیات پردازشی سیگنال‌های کوانتومی، با به‌کارگیری کوانتیزاسیون دوقطبی و نمایش دوقطبی (مثبت و منفی) نمونه‌های سیگنال (بر طرف کردن ضعف روش QRDA) ۳- قابلیت استفاده برای سیگنال صوتی تک‌کانال و چندکانال (بر طرف کردن ضعف روش‌های QRDA, FRQA و QRDS در نمایش سیگنال‌های چندکاناله و ضعف روش QRMA در نمایش سیگنال‌های تک‌کاناله).

### ۳- روش پیشنهادی

با توجه به اینکه روش پیشنهادی دارای حالت پایه نمایش چندکاناله می‌باشد، فقط بر روی حالت پایه چندکاناله آن بحث می‌شود زیرا حالت تک‌کاناله با بی‌اثر کردن (مقداردهی صفر) کیوبیت‌های اطلاعات کانال به راحتی قابل دستیابی است. در این بخش، ابتدا نحوه نمایش<sup>۱</sup> و روند آماده‌سازی<sup>۲</sup> یک سیگنال صوتی چندکاناله کلاسیک به فرم کوانتومی پیشنهادی CQRDS ارائه شده است، سپس تحلیل پیچیدگی هزینه کوانتومی روش پیشنهادی و فرآیند بازیابی<sup>۳</sup> آن بیان شده است.

#### ۳-۱- نمایش CQRDS

به‌طور کلی اگر سیگنال S شامل تعداد Cn کانال L نمونه‌ای باشد پس از عملیات نمونه‌برداری و کوانتیزاسیون مطابق شکل (۱)، نمایش دیجیتال آن می‌تواند شامل ماتریسی متشکل از اطلاعات مربوط به نمونه‌های همه کانال‌ها و به صورت رابطه (۵) باشد. در این شیوه نمایش، ستون‌های ماتریس، اطلاعات نمونه‌هایی از کانال‌ها که دارای موقعیت زمانی یکسان می‌باشند را نگه می‌دارند و سطرهای ماتریس، اطلاعات نمونه‌های هر کانال از سیگنال را نگهداری می‌کند. در یک نمایش چندکاناله سیگنال صوت

<sup>1</sup> Representation

<sup>2</sup> Preparation

<sup>3</sup> Retrieval

نمونه آخر هر کانال با عدد صفر مقداردهی شوند. نمایش کوانتومی سیگنال استریو این مثال با استفاده از روش CQRDS در شکل (۲) نشان داده شده است.

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} \left( \sum_{C=0}^{Cn-1} \sum_{T=0}^{L-1} \sum_{i=0}^k |A_{CT}^i\rangle |C\rangle |T\rangle \right) + \sum_{C=Cn}^{2^n-1} \sum_{i=0}^k |0\rangle |C\rangle |T\rangle + \sum_{C=0}^{2^n-1} \sum_{T=L}^{2^l-1} \sum_{i=0}^k |0\rangle |C\rangle |T\rangle \quad (13)$$

### ۲-۳- فرآیند آماده‌سازی CQRDS

به‌منظور پردازش یک سیگنال صوت چندکاناله با استفاده از اصول مکانیک کوانتوم، ابتدا می‌بایست سیگنال صوت به فرم یک حالت کوانتومی تبدیل شود. دیاگرام فرآیند آماده‌سازی کوانتومی یک سیگنال صوت چندکاناله کلاسیک به فرم کوانتومی با استفاده از نمایش پیشنهادی CQRDS در شکل (۳) نشان داده شده است. مطابق شکل فرآیند مذکور مشابه روش‌های [۱۳، ۱۷ و ۱۹]، شامل سه حالت اولیه، میانی و پایانی است که طی دو گام قادر است نمایش کوانتومی CQRDS یک سیگنال دیجیتال کلاسیک را تولید نماید.

در حالت اولیه تعدادی کیوبیت با مقدار اولیه صفر به‌عنوان حالت اولیه سیگنال کوانتومی چندکاناله آماده می‌شوند. در حالت میانی مقادیر زمان و کانال تمامی نمونه‌های سیگنال کوانتومی چندکاناله مشخص می‌گردد، اما مقادیر دامنه نمونه‌های سیگنال هنوز دارای مقدار اولیه صفر می‌باشند. در حالت نهایی نیز با توجه مقادیر نمونه‌های سیگنال در حالت دیجیتال کلاسیک، مقادیر دامنه نمونه‌های تمامی کانال‌ها تعیین و مقادیردهی می‌شود تا حالت نهایی سیگنال چندکاناله کوانتومی به‌دست آید. در ادامه جزییات هر یک از این حالات بیان شده است.

به‌منظور نمایش کوانتومی سیگنال صوت CQRDS با  $2^n$  کانال،  $2^l$  نمونه در هر کانال و  $k+1$  کیوبیت برای نمایش دامنه نمونه‌ها، نیاز به  $(k+1+n+1)$  کیوبیت می‌باشد. بنابراین در حالت اولیه تعداد  $(k+1+n+1)$  کیوبیت با مقدار اولیه صفر با استفاده از رابطه (۱۴) ایجاد می‌شود:

$$|S\rangle_0 = |0\rangle^{\otimes k+1+n+l} \quad (14)$$

که نماد  $|0\rangle^{\otimes k+1+n+l}$  مبین ضرب تانسوری تعداد  $k+1+n+l$  کیوبیت صفر می‌باشد.

در گام اول به‌منظور انتقال از حالت اولیه به حالت میانی لازم است عملگر کوانتومی  $U_1$  بر روی حالت کوانتومی  $|S\rangle_0$  اعمال و

سیگنال می‌باشد با استفاده از روش پیشنهادی CQRDS مطابق روابط (۱۲-۷) بیان می‌شود:

$$|S\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} \sum_{C=0}^{Cn-1} \sum_{T=0}^{L-1} |A_{CT}\rangle \otimes |C\rangle \otimes |T\rangle \quad (7)$$

$$|A_{CT}\rangle = |A_{CT}^m A_{CT}^{m-1} \dots A_{CT}^0 A_{CT}^1 \dots A_{CT}^{k-m}\rangle, \quad A_{CT}^i \in \{0,1\} \quad (8)$$

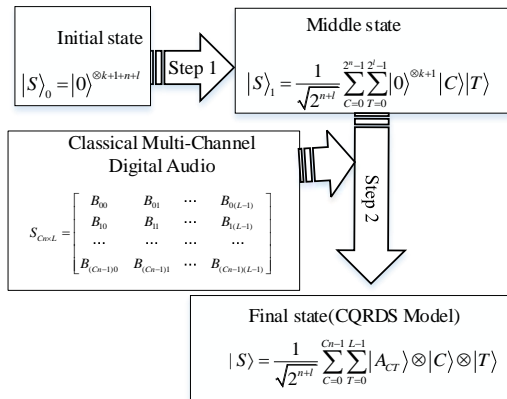
$$|T\rangle = |t_0 t_1 \dots t_{l-1}\rangle, t_i \in \{0,1\} \quad (9)$$

$$|C\rangle = |c_0 c_1 \dots c_{n-1}\rangle, c_i \in \{0,1\} \quad (10)$$

$$l = \begin{cases} \lceil \log_2 L \rceil, & L > 1 \\ 1, & L = 1 \end{cases} \quad (11)$$

$$n = \begin{cases} \lceil \log_2 Cn \rceil, & Cn > 1 \\ 1, & Cn = 1 \\ 0, & Cn = 0 \end{cases} \quad (12)$$

که در آن نماد  $\otimes$  نشان‌دهنده علامت ضرب تانسوری،  $|A_{CT}\rangle$  مبین دنباله باینری مکمل دو اعشاری با طول  $k+1$ ،  $|T\rangle$  مبین دنباله باینری صحیح با طول  $l$  برای ذخیره زمان نمونه‌ها و  $|C\rangle$  دنباله باینری صحیح با طول  $n$  برای ذخیره شماره کانال می‌باشند. در این نمایش در صورتی که  $n=0$  باشد عملاً کیوبیت اطلاعات کانال بی‌تأثیر خواهد شد و نمایش چندکاناله پیشنهادی به‌صورت تک‌کاناله عمل خواهد کرد. نمایش کوانتومی پیشنهادی قادر است یک سیگنال صوت چندکاناله کوانتومی با هر تعداد دلخواه از کانال و نمونه‌ها را پیاده‌سازی نماید. در این نمایش در صورتی که طول سیگنال کمتر از  $2^l$ ، یا تعداد کانال‌ها کمتر از  $2^n$  باشد، به علت اینکه که در فرآیند آماده‌سازی سیگنال کوانتومی،  $2^l$  موقعیت زمان (نمونه) و  $2^n$  کانال توسط حالت برهم‌نهی کوانتومی و با استفاده از گیت هادامارد ایجاد می‌شوند به ناچار باید  $2^l - L$  نمونه اضافی کانال‌های موردنظر یا تمام نمونه‌های  $2^n - Cn$  کانال‌های اضافی با عدد صفر مقداردهی شوند، که در این حالت رابطه کلی روش CQRDS به‌صورت رابطه (۱۳) بیان می‌شود. به‌عنوان نمونه در نمایش کوانتومی مثال ارائه‌شده در شکل (۱) تعداد کیوبیت‌های دنباله  $|A_{CT}\rangle$  برابر ۵ می‌باشد که شامل یک کیوبیت برای علامت دامنه، دو کیوبیت قسمت صحیح مقدار دامنه و دو کیوبیت نیز قسمت اعشار مقدار دامنه می‌باشد، همچنین تعداد کانال‌ها  $Cn=2$  و طول سیگنال استریو یا تعداد نمونه‌های هر کانال سیگنال  $L=12$  می‌باشد، بنابراین در سیگنال استریو کوانتومی  $l = \lceil \log_2 L \rceil = 4$ ،  $n = \lceil \log_2 Cn \rceil = 1$ ،  $|A_{CT}\rangle = |A_{CT}^2 A_{CT}^1 A_{CT}^0 A_{CT}^{-1} A_{CT}^{-2}\rangle$ ،  $|T\rangle = |t_3 t_2 t_1 t_0\rangle$ ،  $|C\rangle = |c\rangle$ ، می‌باشند و سیگنال استریو کوانتومی دارای  $2^c = 2$  کانال و  $2^l = 16$  متانمونه خواهد بود. با توجه به اینکه صوت استریو کلاسیک در این مثال دارای ۱۲ نمونه می‌باشد و سیگنال استریو کوانتومی دارای ۱۶ نمونه در هر کانال می‌باشد، بنابراین در سیگنال استریو کوانتومی باید مقادیر نمونه‌های موجود در ۴



شکل (۳): دیاگرام فرآیند آماده‌سازی سیگنال یک صوت چندکاناله با استفاده از روش CQRDS پیشنهادی

در معادله اول رابطه (۱۶) تبدیل همانی بر روی  $k + 1$  کیوبیت مربوط به دامنه نمونه‌ها با مقدار اولیه صفر به صورت  $(I|0\rangle)^{\otimes k+1}$  و تبدیل هادامارد بر روی  $n$  کیوبیت کانال و  $l$  کیوبیت زمان نمونه‌ها با مقادیر اولیه صفر، به صورت  $(H|0\rangle)^{\otimes n+l}$  بیان می‌شود.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

حالت میانی  $|S\rangle_1$  که متشکل از سه دنباله کیوبیتی درهم‌تنیده دامنه، زمان و کانال سیگنال صوتی می‌باشد در معادله نهمایی رابطه (۱۶) نشان داده شده است. همانطوری که از این رابطه قابل مشاهده است اطلاعات مربوط به زمان  $|T\rangle$  و کانال  $|C\rangle$  سیگنال صوتی چندکاناله کوانتومی در حالت میانی  $|S\rangle_1$  تعیین شده است اما مقادیر دامنه نمونه‌ها هنوز دارای مقدار صفر می‌باشد. به عبارت دیگر، در حالت میانی  $|S\rangle_1$  یک سیگنال صوت چندکاناله دارای  $L$  متانمونه<sup>۳</sup> (MS) است که هر متانمونه آن شامل نمونه‌هایی از  $C_n$  کانال موجود در سیگنال می‌باشد. در نمایش پیشنهادی، نمونه‌های هم‌زمان تمامی کانال‌ها یک متانمونه نامیده می‌شود و صوت چندکاناله کوانتومی به صورت توالی گسسته‌ای از متانمونه‌ها نمایش داده می‌شود. در این نمایش به هر کدام از نمونه‌های موجود در یک متانمونه که در واقع یک نمونه متعلق به یک کانال مشخص می‌باشد یک باکس گفته می‌شود. بنابراین در این حالت  $2^n \times 2^l$  باکس با مقدار دامنه صفر وجود خواهد داشت.

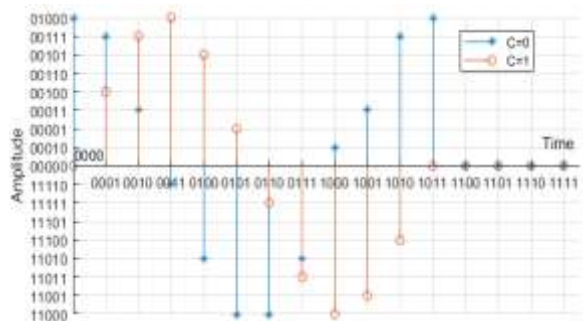
در گام دوم با اعمال عملگر یکانی  $U_2$  بر روی حالت  $|S\rangle_1$  از

حالت کوانتومی  $|S\rangle_1$  به دست آید که روابط این انتقال حالت روابط (۱۵-۱۶) می‌باشد.

$$U_1 = I \otimes^{k+1} \otimes H \otimes^{n+l} \quad (۱۵)$$

$$\begin{aligned} U_1(|S\rangle_0) &= (I|0\rangle)^{\otimes k+1} \otimes (H|0\rangle)^{\otimes n+l} \\ &= |0\rangle^{\otimes k+1} \otimes \left( \frac{1}{\sqrt{2^{l+n}}} \sum_{C=0}^{2^n-1} \sum_{T=0}^{2^l-1} |C\rangle |T\rangle \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} \sum_{C=0}^{2^n-1} \sum_{T=0}^{2^l-1} |0\rangle^{\otimes k+1} |C\rangle |T\rangle = |S\rangle_1 \end{aligned} \quad (۱۶)$$

همان‌طور که از رابطه (۱۵) مشاهده می‌شود، به منظور ساختن عملگر یکانی  $U_1$  از دو گیت کوانتومی تک کیوبیتی همانی  $I$  و هادامارد  $H^2$  که ماتریس آنها به ترتیب در روابط (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده است، استفاده می‌گردد [۱۳]. اعمال عملگر  $I$  بر روی یک کیوبیت موجب می‌شود که حالت اصلی کیوبیت بدون تغییر باقی بماند و اعمال عملگر  $H$  بر روی یک کیوبیت منجر به تولید حالات پایه  $|0\rangle$  و  $|1\rangle$  با احتمال برابر می‌شود.



$$S = \frac{1}{\sqrt{2^5}} \times \begin{bmatrix} |01000\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0000\rangle + |00000\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0000\rangle + \\ |00111\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0001\rangle + |00100\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0001\rangle + \\ |00011\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0010\rangle + |00111\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0010\rangle + \\ |11110\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0110\rangle + |01000\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0011\rangle + \\ |11010\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0100\rangle + |00101\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0100\rangle + \\ |11000\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0101\rangle + |00001\rangle \otimes |1\rangle \otimes |01001\rangle + \\ |11000\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0110\rangle + |11111\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0110\rangle + \\ |11010\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0111\rangle + |11011\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0111\rangle + \\ |00010\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1000\rangle + |11000\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1000\rangle + \\ |00011\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1001\rangle + |11001\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1001\rangle + \\ |00111\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1010\rangle + |11100\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1010\rangle + \\ |01000\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1011\rangle + |00000\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1011\rangle + \\ |00000\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1100\rangle + |00000\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1100\rangle + \\ |00000\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1101\rangle + |00000\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1011\rangle + \\ |00000\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1110\rangle + |00000\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1110\rangle + \\ |00000\rangle \otimes |0\rangle \otimes |1111\rangle + |00000\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1111\rangle \end{bmatrix}$$

شکل (۲): نمایش کوانتومی معادل با سیگنال دوکاناله ارائه شده در شکل (۱).

<sup>۳</sup> Meta Sample(MS)

<sup>۱</sup> Identical

<sup>۲</sup> Hadamard

کوانتومی  $\Omega_{CT}$  به صورت رابطه (۲۱) قابل تشریح می‌باشد.

$$\Omega_{CT}|0\rangle^{\otimes k+1} = \bigotimes_{i=0}^k (\Omega_{CT}^i|0\rangle) = \bigotimes_{i=0}^k |0 \oplus B_{CT}^i\rangle = |A_{CT}\rangle \quad (21)$$

ریز عمل کوانتومی  $\Omega_{CT}$  باید در هر مرحله فقط بر روی یک باکس از یک متانمونه عمل کند و بر روی سایر باکس‌ها و متانمونه‌ها تاثیری نداشته باشد، برای این منظور عملگر یکانی  $U_{CT}$  به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شود.

$$U_{CT} = \left( I^{\otimes k+1} \otimes \sum_{j=0, i \neq C}^{2^n-1} \sum_{i=0, j \neq T}^{2^l-1} |ji\rangle\langle ji| + \Omega_{CT} \otimes |CT\rangle\langle CT| \right) \quad (22)$$

که اعمال ریز عمل  $U_{CT}$  بر روی حالت میانی  $|S\rangle_1$  به صورت روابط زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} U_{CT}(|S\rangle_1) &= U_{CT} \left( \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} \sum_{j=0}^{2^n-1} \sum_{i=0}^{2^l-1} |0\rangle^{\otimes k+1} |ji\rangle \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} U_{CT} \left( \sum_{j=0, j \neq T}^{2^n-1} \sum_{i=0, i \neq C}^{2^l-1} |0\rangle^{\otimes k+1} |ji\rangle + |0\rangle^{\otimes k+1} |CT\rangle \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} \left( \sum_{j=0, j \neq C}^{2^n-1} \sum_{i=0, i \neq T}^{2^l-1} |0\rangle^{\otimes k+1} |ji\rangle + \Omega_{CT} |0\rangle^{\otimes k+1} |CT\rangle \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} \left( \sum_{j=0, j \neq C}^{2^n-1} \sum_{i=0, i \neq T}^{2^l-1} |0\rangle^{\otimes k+1} |ji\rangle + \bigotimes_{i=0}^k |A_{CT}^i\rangle |CT\rangle \right) \end{aligned} \quad (23)$$

معادله نهایی در رابطه (۲۳) بیانگر این است که با هر مرتبه اعمال عملگر کوانتومی  $U_{CT}$  مقدار دامنه باکس CT با مقدار اولیه صفر آن جایگزین خواهد شد و مقدار دامنه نمونه سایر باکس‌ها بدون تغییر باقی خواهد ماند. این عملیات باید برای مقداردهی مقدار دامنه تمامی متانمونه‌ها و باکس‌های سیگنال تکرار شود، برای این منظور عملگر کوانتومی نهایی  $U_2$  به صورت رابطه (۲۴) تعریف می‌شود.

$$U_2 = \prod_{C=0}^{2^n-1} \prod_{T=0}^{2^l-1} U_{CT} \quad (24)$$

حالت نهایی  $|S\rangle$  که در واقع معادل کوانتومی سیگنال صوت

حالت میانی به حالت نهایی  $|S\rangle$  می‌رسیم که در واقع نمایش کوانتومی سیگنال صوت چندکاناله در مدل پیشنهادی CQRDS می‌باشد. در حالت میانی می‌بایست مقدار دامنه تمامی باکس‌های سیگنال که دارای مقدار اولیه صفر می‌باشند معین گردند. برای این منظور به تعداد  $2^n \times 2^l$  ریز عمل کوانتومی جهت مشخص کردن مقدار دامنه تمامی باکس‌ها نیاز می‌باشد. برای باکس CT (نمونه T از کانال C) ریز عمل کوانتومی  $\Omega_{CT}$  جهت تعیین مقدار دامنه باکس با استفاده از رابطه‌های (۲۹) و (۳۰) تعریف می‌شود.

$$\Omega_{CT} = \bigotimes_{i=0}^k \Omega_{CT}^i \quad (19)$$

$$\Omega_{CT}^i: |0\rangle \rightarrow |0 \oplus B_{CT}^i\rangle \quad (20)$$

این ریز عمل کوانتومی به منظور تعیین مقدار دنباله  $|A_{CT}\rangle$  برای تمامی باکس‌های سیگنال تکرار می‌شود. به‌طور کلی برای هر باکس، ریز عمل  $\Omega_{CT}$  شامل  $q$  اوراکل کوانتومی  $\Omega_{CT}^i$  مطابق رابطه (۱۹) می‌باشد. در این عملیات مقدار دامنه هر باکس با توجه مقدار باینری دامنه آن نمونه در سیگنال دیجیتال کلاسیک  $s_{C \times L}$  یعنی توسط دنباله باینری مکمل دو  $B_{CT}^{k-m} = B_{CT}^m B_{CT}^{m-1} B_{CT}^0 B_{CT}^{-1} \dots B_{CT}^{k-m}$  تعیین می‌شود و با مقدار صفر اولیه آن نمونه در دنباله  $|A_{CT}\rangle$  جایگزین می‌گردد. در این عملیات برای هر نمونه از سیگنال کلاسیک هنگامی که بیت  $i$ ام از دنباله  $B_{CT}$  یک باشد، گیت کنترلی  $CNOT$   $(n+l)$  بر روی  $i$ امین کیوبیت از دنباله  $|A_{CT}\rangle = |A_{CT} = A_{CT}^m A_{CT}^{m-1} \dots A_{CT}^0 A_{CT}^1 \dots A_{CT}^{k-m}\rangle$  اعمال می‌شود؛ و زمانی که بیت  $i$ ام دنباله  $B_{CT}$  آن صفر باشد بیت  $i$ ام دنباله  $|A_{CT}\rangle$  تغییری نخواهد کرد. این عملیات مشابه رابطه (۲۰) تعریف می‌شود که در آن کیوبیت‌های دنباله صفر  $|A_{CT}\rangle$  با بیت متناظر باینری آن در حالت کلاسیک (دنباله باینری  $B_{CT}$ ) یای انحصاری (EXOR) می‌شوند. بنابراین با  $k+1$  مرتبه تکرار عملگر کوانتومی  $\Omega_{CT}^i$  برای هر نمونه از سیگنال، مقادیر باینری مکمل دو نمونه سیگنال دیجیتال کلاسیک، با مقدار صفر اولیه در دنباله  $|A_{CT}\rangle$  آن نمونه در باکس کوانتومی جایگزین خواهد شد و دنباله  $|A_{CT}\rangle$  هر نمونه از سیگنال کوانتومی حاوی مقدار باینری مکمل دو حالت کلاسیک خود خواهد شد. بدین ترتیب با جایگزینی مقدار نمونه‌های سیگنال کلاسیک با مقادیر صفر اولیه سیگنال کوانتومی، یک سیگنال کوانتومی یکسان با سیگنال دیجیتال کلاسیک حاصل می‌شود.

عملیات تبدیل کوانتومی برای تعیین مقدار دامنه باکس CT از روی مقدار باینری نمونه کلاسیک آن، توسط عملگر



$$U_1(|S\rangle_0) = (I|0\rangle)^{\otimes 5} \otimes (H|0\rangle)^{\otimes 5} \quad (27)$$

$$|S\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2^5}} \sum_{C=0}^1 \sum_{T=0}^{15} |0\rangle^{\otimes 5} |C\rangle |T\rangle \quad (28)$$

در گام دوم فرایند آماده‌سازی صوت کوانتومی استریو باید مقادیر دامنه تمامی باکس‌ها مشخص و با مقدار اولیه صفر آنها جایگزین شود که این عملیات برای هر باکس توسط ریز عمل کوانتومی  $\Omega_{CT}^i$  که در آن  $\Omega_{CT} = \bigotimes_{i=0}^4 \Omega_{CT}^i$  می‌باشد صورت می‌پذیرد. به‌عنوان مثال مقدار نمونه اول از کانال چپ در سیگنال دیجیتال شده کلاسیک برابر ۲ می‌باشد که معادل باینری آن در سامانه مکمل اعشاری دو  $B_{CT} = 01000$  می‌باشد، مقدار پیش‌فرض دامنه نمونه این باکس در حالت کوانتومی  $|S\rangle_1$  نیز برابر  $|00000\rangle = |A_{11}\rangle$  می‌باشد. این ریز عمل کوانتومی هر ۵ بیت دارای موقعیت یکسان این دو دنباله را به ترتیب با هم XOR کرده و نتیجه حاصل را به‌عنوان مقدار جدید دامنه باکس چپ از متانمونه اول سیگنال کوانتومی، به‌صورت  $|01000\rangle = |A_{11}\rangle$  جایگزین می‌کند. به عبارت دیگر با این عملیات مقدار نمونه‌های سیگنال در حالت کلاسیک به‌جای مقدار صفر پیش‌فرض در حالت کوانتومی آن قرار داده می‌شود، که هر دو دنباله کلاسیک و باینری نیز در سامانه مکمل دو و اعشاری می‌باشند. این عملیات به‌صورت مداری نیز توسط عملگر کنترلی 5-CNOT پیاده‌سازی می‌شود. برای اینکه این عملیات به‌صورت مجزا فقط هر مرحله بر روی یک باکس اجرا شود از ریز عمل  $U_{CT}$  رابطه (۲۹) استفاده می‌شود که اعمال این ریز عمل بر روی حالت میانی  $|S\rangle_1$  سیگنال استریو کوانتومی مطابق رابطه (۳۰) می‌باشد.

$$U_{CT} = \left( I^{\otimes 5} \otimes \sum_{j=0, j \neq c}^1 \sum_{i=0, i \neq T}^{15} |ji\rangle \langle ji| \right) + \Omega_{CT} \otimes |CT\rangle \langle CT| \quad (29)$$

$$U_{CT}(|S\rangle_1) = \frac{1}{\sqrt{2^5}} \left( \sum_{j=0, j \neq c}^1 \sum_{i=0, i \neq T}^{15} |0\rangle^{\otimes 5} |ji\rangle + \bigotimes_{i=0}^4 |A_{CT}^i\rangle |CT\rangle \right) \quad (30)$$

در ادامه برای اینکه عملیات مقداردهی برای هر ۱۶ متانمونه از سیگنال کوانتومی استریو که هر کدام شامل دو باکس چپ و راست می‌باشند اجرا شود، عملگر  $U_2$  به‌صورت رابطه (۳۱) تعریف می‌شود. در نهایت با اعمال عملگر  $U_2$  بر روی حالت میانی  $|S\rangle_1$  به حالت نهایی  $|S\rangle$  که همان سیگنال استریو کوانتومی در مدل CQRDS برای مثال فوق می‌باشد خواهیم رسید، که این حالت نهایی مطابق رابطه (۳۲) بیان می‌شود. مطابق این رابطه مقادیر دامنه باکس‌های چهار متانمونه آخر برابر صفر می‌باشند.

دیجیتال کلاسیک  $S_{Cn \times L}$  می‌باشد با اعمال عملگر  $U_2$  بر روی حالت میانی  $|S\rangle_1$  و به‌صورت رابطه (۲۵) حاصل می‌شود.

$$U_2(|S\rangle_1) = \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} \left( \sum_{C=0}^{Cn-1} \sum_{T=0}^{L-1} \Omega_{CT} |0\rangle^{\otimes k+1} |CT\rangle + \sum_{C=Cn}^{2^n-1} \sum_{j=0}^{2^l-1} |0\rangle^{\otimes k+1} |CT\rangle + \sum_{C=0}^{2^n-1} \sum_{T=L}^{2^l-1} |0\rangle^{\otimes k+1} |CT\rangle \right) \quad (25)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2^{n+l}}} \left( \sum_{C=0}^{Cn-1} \sum_{T=0}^{L-1} \bigotimes_{i=0}^k |A_{CT}^i\rangle |C\rangle |T\rangle + \sum_{C=Cn}^{2^n-1} \bigotimes_{i=0}^k |0\rangle |C\rangle |T\rangle + \sum_{C=0}^{2^n-1} \sum_{T=L}^{2^l-1} \bigotimes_{i=0}^k |0\rangle |C\rangle |T\rangle \right) = |S\rangle$$

بعد از اتمام دو گام فوق، فرایند آماده‌سازی سیگنال صوت کوانتومی چندکاناله با مدل CQRDS تکمیل خواهد شد و سیگنال صوت دیجیتال کلاسیک  $S_{Cn \times L}$  به یک سیگنال کوانتومی معادل تبدیل می‌شود.

به‌منظور فرایند آماده‌سازی کوانتومی مثال شکل (۱) ابتدا یک حالت کوانتومی با تعداد  $k+1+n+l=10$  کیوبیت صفر به‌عنوان حالت اولیه سیگنال استریو مطابق رابطه (۲۶) تولید می‌شود.

$$|S\rangle_0 = |0\rangle^{\otimes k+1+n+l} = |0\rangle^{\otimes 10} \quad (26)$$

سپس در گام اول عملگر کوانتومی  $U_1 = I^{\otimes 5} \otimes H^{\otimes 5}$  جهت انتقال حالت اولیه  $|S\rangle_0$  به حالت میانی  $|S\rangle_1$  به‌صورت رابطه (۲۷) استفاده می‌شود، عملگر  $U_1$  با اعمال عملگر یکسانی بر روی کیوبیت‌های دامنه متانمونه‌ها، آنها را در حالت اولیه صفر خود نگه می‌دارد و همچنین با اعمال عملگر کوانتومی هادامارد بر روی کیوبیت‌های زمان و کانال باعث تولید حالات مختلف موقعیت‌های زمانی و کانالی سیگنال می‌شود. به عبارت دیگر در پایان گام اول  $2^l = 16$  متانمونه تشکیل خواهد شد که هر متانمونه نیز دارای  $2^n = 2$  باکس (یاکانال چپ و راست) خواهد بود. در این گام ۱۶ متانمونه که دارای  $2^l \times 2^n = 32$  باکس از نمونه‌های هر دو کانال چپ و راست می‌باشند تولید خواهد شد که موقعیت زمانی و کانال هر باکس مشخص شده اما دارای مقدار دامنه صفر می‌باشند. مرحله میانی سیگنال استریو کوانتومی توسط رابطه (۲۸) نشان داده می‌شود.

بر اساس تحلیل‌های فوق برای یک سیگنال چندکاناله با  $2^n$  کانال و هر کانال شامل  $2^l$  نمونه (طول سیگنال) و با  $k + 1$  کیوبیت جهت ذخیره دامنه نمونه‌ها، کل فرایند آماده‌سازی در روش CQRDS حداکثر هزینه کوانتومی  $O(k + 1(l + n) \cdot 2^{n+l})$  خواهد داشت.

### ۳-۴- فرآیند بازیابی CQRDS

بازیابی CQRDS فرآیندی است که جهت بازگرداندن سیگنال صوت دیجیتال کلاسیک  $S_{Cn \times L}$  از سیگنال صوت چندکاناله کوانتومی CQRDS صورت می‌گیرد. به‌طور کلی منظور از بازگرداندن سیگنال کوانتومی، بازیابی مقادیر سیگنال کلاسیک از روی نمونه کوانتومی معادل می‌باشد. اندازه‌گیری کوانتومی تنها روش بازیابی اطلاعات کلاسیک از روی یک حالت کوانتومی می‌باشد [۹]. برای بازیابی اطلاعات دامنه نمونه‌های تمامی باکس‌ها به حالت کلاسیک، دو عملگر کوانتومی  $\Gamma$  و  $M$  به‌صورت روابط (۳۳-۳۴) تعریف می‌شوند.

$$= \sum_{C=0}^{2^n-1} \sum_{T=0}^{2^l-1} I^{\otimes k+1} \otimes |CT\rangle\langle CT| \Gamma \quad (33)$$

$$M = \sum_{m=0}^{2^{k+1}-1} m|m\rangle\langle m| \quad (34)$$

برای این منظور ابتدا با اعمال عملگر اندازه‌گیری کوانتومی  $\Gamma$  بر باکس CT اطلاعات دنباله‌های کانال  $|C\rangle$  و زمان  $|T\rangle$  از اطلاعات مربوط به دامنه نمونه  $|A_{CT}\rangle$  آن باکس جدا شده و اطلاعات دامنه آن به‌صورت دنباله کیوبیتی  $|A_{CT}\rangle$  مشابه رابطه (۳۵) استخراج می‌شوند. سپس عملگر اندازه‌گیری نگاشتی  $M$  جهت بازگرداندن دنباله کیوبیتی مقدار دامنه نمونه هر باکس به حالت کلاسیک آن، به‌صورت روابط (۳۶-۳۷) بر روی  $|A_{CT}\rangle$  آن نمونه اعمال می‌شود.

$$|P_{CT}\rangle = |A_{CT}\rangle|C\rangle|T\rangle \quad (35)$$

$$\langle A_{CT}|M|A_{CT}\rangle = \langle A_{CT}| \left( \sum_{m=0}^{2^{k+1}-1} m|m\rangle\langle m| \right) |A_{CT}\rangle \quad (36)$$

$$= \sum_{m=0}^{2^{k+1}-1} m \langle A_{CT}|m\rangle \langle m|A_{CT}\rangle = A_{CT} \quad (37)$$

مطابق رابطه (۳۷) مقدار دقیق نمونه CT (نمونه T متعلق به کانال C) از سیگنال  $S_{Cn \times L}$  بازیابی می‌شود. برای بازیابی تمامی نمونه‌های سیگنال دیجیتال کلاسیک  $S_{Cn \times L}$  لازم است که فرآیند بازیابی فوق برای تمامی متانمونه‌ها و باکس‌های سیگنال کوانتومی تکرار گردد.

$$U_2 = \prod_{C=0}^1 \prod_{T=0}^{15} U_{CT} \quad (31)$$

$$U_2(|S\rangle_1) = \frac{1}{\sqrt{2^{25}}} \left( \sum_{C=0}^1 \sum_{T=0}^{11} \sum_{i=0}^4 |A_{CT}^i\rangle|C\rangle|T\rangle \otimes |0\rangle|C\rangle|T\rangle \right) + \sum_{C=0}^1 \sum_{T=12}^{15} \sum_{i=0}^4 |0\rangle|C\rangle|T\rangle \otimes |0\rangle|C\rangle|T\rangle = |S\rangle \quad (32)$$

مدار آماده‌سازی کوانتومی این سیگنال استریو توسط روش CQRDS در شکل (۴) نشان داده شده است.

### ۳-۳- تحلیل هزینه کوانتومی فرآیند آماده‌سازی CQRDS

در این بخش به تحلیل پیچیدگی هزینه کوانتومی فرآیند آماده‌سازی سیگنال چندکاناله با استفاده از مدل CQRDS پرداخته شده است. این فرآیند شامل دو مرحله می‌باشد که تحلیل پیچیدگی زمانی آن به شرح ذیل می‌باشد:

فرضیه: برای ذخیره یک سیگنال چندکاناله کلاسیک با  $2^n$  کانال و طول  $2^l$  نمونه، و با  $k + 1$  کیوبیت دامنه نمونه‌ها، با استفاده از روش CQRDS کل فرایند آماده‌سازی کوانتومی سیگنال حداکثر هزینه‌ای برابر  $O(k + 1(l + n) \cdot 2^{n+l})$  خواهد داشت.

**اثبات:** مرحله اول عملیات آماده‌سازی سیگنال CQRDS مطابق رابطه (۲۶) شامل  $k + 1 + n + l$  گیت کوانتومی یکانی و هادامارد می‌باشد، بنابراین هزینه کوانتومی مرحله اول برابر هزینه گیت‌های پایه یکانی و هادامارد و برابر  $O(k + 1 + n + l)$  خواهد بود. مرحله دوم آماده‌سازی سیگنال CQRDS نیز شامل  $2^n + 2^l = 2^{n+l}$  عملیات کوانتومی  $U_{CT}$  برای مقداردهی مقادیر دنباله باینری  $|A_{CT}\rangle$  به ازای تمامی باکس‌های سیگنال صوت کوانتومی می‌باشد که تحلیل هزینه کوانتومی یک عملیات  $U_{CT}$  بدین صورت می‌باشد: بخش اصلی عملیات  $U_{CT}$  ریز عمل  $\Omega_{CT}^i$  می‌باشد. ریز عمل  $\Omega_{CT}^i$  نیز مطابق رابطه (۲۹) شامل  $k + 1$  عملیات خاص بر روی دنباله کیوبیت‌های  $|A_{CT}\rangle$  هر نمونه، برای جایگزینی مقادیر صفر پیش‌فرض این دنباله با مقدار متناظر آن نمونه در سیگنال دیجیتال کلاسیک یعنی دنباله  $B_{CT}$  می‌باشد. هنگامی که  $B_{CT}^i = 1$  باشد از یک گیت کوانتومی  $CNOT - (n + l)$  برای معکوس کردن بیت  $i$  ام دنباله  $|A_{CT}\rangle$  استفاده می‌شود. هر گیت کوانتومی  $CNOT - (n + l)$  حداکثر قابل تجزیه به  $(n + l)$  گیت پایه توفولی<sup>۱</sup> می‌باشد [۲۰]، بنابراین هزینه کوانتومی هر عملیات  $U_{CT}$  حداکثر برابر با  $O(k + 1(l + n))$  و هزینه کوانتومی برای مرحله دوم حداکثر برابر با  $O(k + 1(l + n) \cdot 2^{l+n})$  خواهد شد.

<sup>2</sup> Projective Measurement

<sup>1</sup> Toffoli

#### ۴- الگوریتم فشرده‌سازی شبکه‌مدار CQRDS

با توجه به فرآیند آماده‌سازی ارائه‌شده برای مدل CQRDS بخش قبل، واضح است که هزینه کوانتومی فرآیند آماده‌سازی سیگنال صوت چندکاناله کوانتومی رابطه مستقیمی با تعداد کانال‌ها و طول سیگنال دارد، زیرا با افزایش تعداد کانال‌ها و طول سیگنال صوتی تعداد گیت‌های کوانتومی مورد استفاده در فرآیند آماده‌سازی و در نتیجه زمان مورد نیاز برای فرآیند آماده‌سازی افزایش می‌یابد. بنابراین در این زیر بخش روال کاهش تعداد گیت‌های کوانتومی و فشرده‌سازی سیگنال صوت کوانتومی به‌منظور کاهش زمان فرآیند آماده‌سازی مدل CQRDS شرح داده می‌شود.

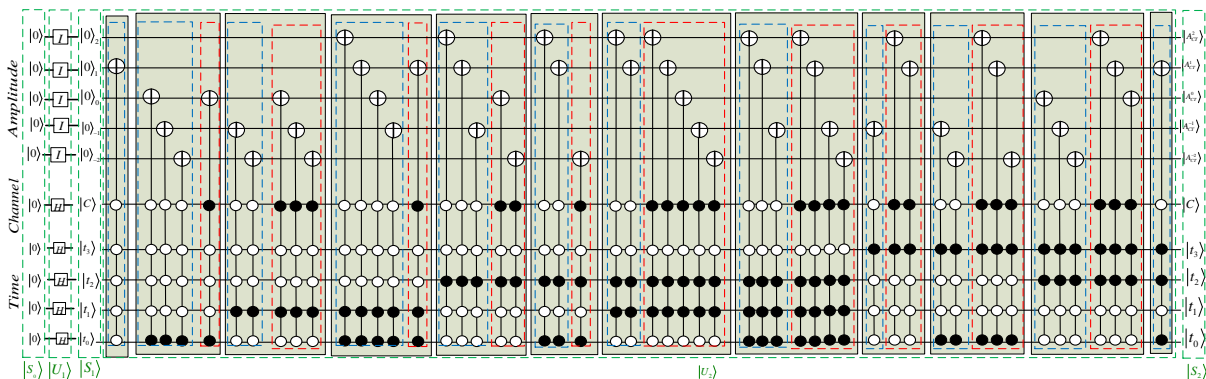
یکی از راه‌کارهای موجود برای فشرده‌سازی مدارات کوانتومی از طریق کاهش تعداد گیت‌ها، استفاده از الگوریتم کلاسیک ساده‌سازی عبارات بولی [۲۱] است که اولین بار در [۸] برای فشرده‌سازی مدار آماده‌سازی تصاویر کوانتومی ارائه شد. با توجه به تحلیل هزینه کوانتومی مدل CQRDS، حداکثر هزینه کوانتومی در فرآیند آماده‌سازی مربوط به گیت‌های کوانتومی  $C - NOT$  مورد استفاده در مرحله دوم از فرآیند آماده‌سازی می‌باشد. بر این اساس در روال فشرده‌سازی سیگنال کوانتومی CQRDS، هدف کاهش تعداد گیت‌های  $C - NOT$  از طریق الگوریتم کلاسیک ساده‌سازی عبارات بولی می‌باشد. در مدل CQRDS هر سیگنال صوت چندکاناله متشکل از  $L$  متانمونه می‌باشد که هر متانمونه نیز شامل نمونه‌های هم‌زمان همه کانال‌های تشکیل‌دهنده سیگنال می‌باشند، بنابراین با اعمال عملیات فشرده‌سازی بر روی گیت‌های  $C - NOT$  دارای کیوبیت‌های دامنه یکسان می‌توان تعداد گیت  $C - NOT$  موجود در مدار آماده‌سازی را کاهش داد. در این روال ابتدا عملیات فشرده‌سازی درون هر متافریم به‌صورت مجزا انجام می‌گیرد و سپس عملیات فشرده‌سازی بین متافریم‌های تشکیل‌دهنده

سیگنال نیز انجام می‌گردد. در این روش هنگامی که دو گیت  $NOT - C$  بر روی دو نمونه با مقدار دامنه یکسان عمل کنند و فقط در یک کیوبیت کنترلی تفاوت داشته باشند، با اعمال روش حداقل‌سازی بر روی عبارت بولی متناظر با کیوبیت‌های کنترلی آنها، می‌توان کاهش تعداد گیت‌های  $C - NOT$  و عملیات فشرده‌سازی سیگنال CQRDS را انجام داد. به‌عنوان مثال در متانمونه شماره ۱ از شکل (۴) اگر بخواهیم گیت‌های  $C - NOT$  روی کیوبیت  $|A_{CT}^0\rangle$  درون این متانمونه را فشرده‌سازی کنیم، مدار فشرده‌شده این مثال با به‌کارگیری روش ساده‌سازی عبارات بولی به‌صورت شکل (۵) خواهد شد. به‌طور کلی می‌توان روال کاهش تعداد گیت‌های کوانتومی در مدار آماده‌سازی سیگنال کوانتومی CQRDS را با به‌کارگیری روش ساده‌سازی عبارات بولی به‌صورت الگوریتم (۱) تشریح کرد. نرخ فشرده‌سازی  $R$  برای صوت کوانتومی CQRDS پس از اعمال الگوریتم فشرده‌سازی پیشنهادی نیز به‌صورت رابطه (۳۸) تعریف می‌شود [۹ و ۱۳].

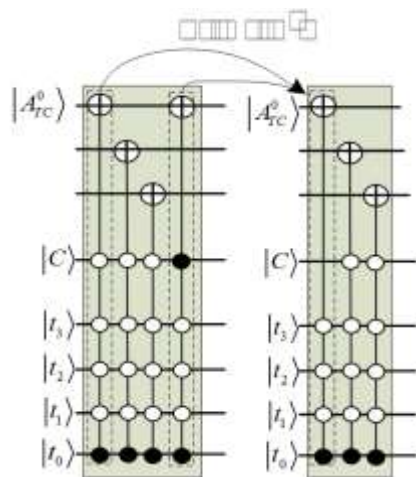
$$R = \left(1 - \frac{G_A}{G_B}\right) \times 100 \quad (38)$$

که در این رابطه  $G_A$  برابر تعداد گیت‌های  $C - NOT$  قبل از فشرده‌سازی و  $G_B$  تعداد گیت‌های  $C - NOT$  بعد از فشرده‌سازی می‌باشد. در این رابطه عدد  $R$  بزرگ‌تر بیانگر نرخ فشرده‌سازی بیشتر است. واضح است که نرخ فشرده‌سازی با استفاده از این روش وابسته به سیگنال مورد نظر نتایج متفاوتی می‌تواند داشته باشد. مدار کوانتومی فشرده شده سیگنال استریو مثال مورد نظر نیز در مدل CQRDS مطابق با الگوریتم فشرده‌سازی پیشنهادی نیز در شکل (۶) آورده شده است. مطابق رابطه (۳۸) نرخ فشرده‌سازی سیگنال استریو کوانتومی در مدل CQRDS برای مثال پیشنهادی برابر مقدار زیر است:

$$R = \left(1 - \frac{30}{52}\right) \times 100 = 43\%$$



شکل (۴): شبکه‌مدار آماده‌سازی کوانتومی مثال شکل (۱)، با استفاده از روش پیشنهادی CQRDS



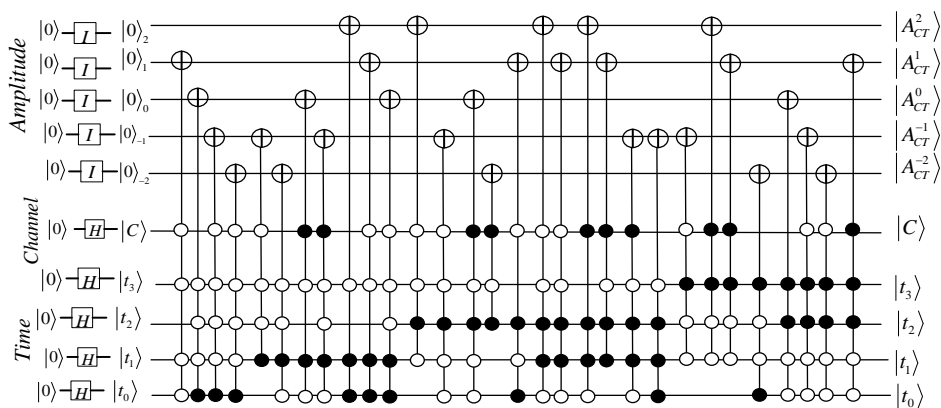
شکل (۵): فشردگی (کاهش) گیت‌های کوانتومی متانونه اول از سیگنال کوانتومی شکل (۴)، با استفاده از الگوریتم فشردگی کوانتومی پیشنهادی

الگوریتم (۱): الگوریتم فشردگی سیگنال صوت کوانتومی

CQRDS

```

for i = 0 to(k)do
  for t1 = 0 to (2l - 1)do
    for t2 = t1 + 1 to (2l - 1)do
      for c1 = 0 to (2n - 1)do
        for c2 = c1 + 1 to (2n - 1)do
          if |Ait1c1| = |Ait2c2|
            = 1 and one bit of binary t1c1 and t2c2 is different then
              combine |Ait1c1| and |Ait2c2| CNOT gate to one Cnotgate
              with BEC method;
            end if;
          end for;
        end for;
      end for;
    end for;
  end for;
end for;
    
```



شکل (۶): اعمال روش فشردگی پیشنهادی بر روی شبکه‌مدار کوانتومی CQRDS مثال شکل (۱)

روش نیز همانند روش QRDA به علت عدم توانایی در نمایش مقدار دقیق نمونه‌ها به صورت اعشاری دارای دقت کافی در نمایش دقیق یک سیگنال دیجیتال به فرم کوانتومی معادل نمی‌باشند. اما روش CQRDS و QRDS با نمایش دقیق نمونه‌های سیگنال به صورت اعداد غیر صحیح و اعشاری از دقت بالایی برخوردار می‌باشند. از لحاظ قابلیت ذخیره‌سازی و نمایش انواع سیگنال‌ها نیز روش‌های QRDS, QRDA, FRQA قابلیت‌هایی جهت ذخیره اطلاعات کانال‌های یک سیگنال چندکاناله را ندارند و همچنین روش چندکاناله QRMA نیز امکان به کارگیری به صورت تک‌کاناله را ندارد، اما روش پیشنهادی هم در حالت پایه چندکاناله و هم در حالت تک‌کاناله قابلیت استفاده برای هر نوع سیگنال با هر تعداد کانال را دارا می‌باشد. مدل پیشنهادی CQRDS در  $C_n \neq 0$  حالت اصلی چندکاناله خود را حفظ می‌کند و توانایی تبدیل هر سیگنال دیجیتال کلاسیک با طول  $2^l$  و تعداد  $2^n$  کانال را به یک سیگنال

## ۵- مقایسه ویژگی‌ها و قابلیت‌های روش پیشنهادی با روش‌های موجود

در این بخش مقایسه‌ای بین روش‌های نمایش سیگنال صوت کوانتومی بررسی شده با روش پیشنهادی CQRDS از لحاظ قابلیت‌ها و ویژگی‌های مختلف صورت گرفته شده است که نتایج آن در جدول (۱) آورده شده است.

مطابق با جدول، از لحاظ کدگذاری دامنه نمونه‌ها روش QRDA از روش کدگذاری تک‌قطبی با مقادیر مثبت جهت نمایش مقادیر دامنه نمونه‌های سیگنال استفاده می‌کند که روش کدگذاری تک‌قطبی به علت عدم دقت در برخی عملیات پردازشی سیگنال می‌تواند منجر به نتایج نادرست شود. روش‌های QRMA, FRQA نیز از کدینگ دوقطبی با مقادیر عددی صحیح برای نمایش مقادیر دامنه سیگنال استفاده می‌کنند که این دو

کوانتومی یکسانی با روش تک کاناله QRDS می‌باشد و همچنین نسبت به روش‌های QRDA و FRQA هزینه تقریباً برابر دارد اما دو روش مذکور دارای دقت کافی در نمایش سیگنال نمی‌باشند. علاوه بر این، در حالت چندکاناله روش CQRDS هزینه کوانتومی تقریباً یکسانی با روش QRMA دارد (تعداد ثابتی کیوبیت اختلاف دارند و دارای اختلاف هزینه خطی از مرتبه  $O(1)$  می‌باشند) اما روش QRMA دارای دقت کافی نمی‌باشد. با توجه به تحلیل‌های ذکر شده واضح است که روش پیشنهادی هم در دقت نمایش و هم در قابلیت به کارگیری برای سیگنال‌های چندکاناله و تک کاناله نسبت به روش‌های موجود دارای برتری می‌باشد و به عنوان یک روش جامع تمام نواقص و کاستی‌های روش‌های موجود را برطرف می‌کند.

چندکاناله کوانتومی  $2^n \times 2^l$  دارد. علاوه بر این مدل CQRDS با  $C_n=0$  قابلیت تبدیل شدن به مدل تک کاناله و پیاده‌سازی کوانتومی سیگنال‌های تک کاناله دیجیتال را دارا می‌باشد. که در حالت تک کاناله نیز به دلیل کدینگ دوقطبی نمونه‌ها (هم در حالت کلاسیک و هم در حالت کوانتومی) و توانایی نمایش دقیق‌تر نمونه‌ها به صورت اعشاری نسبت به روش‌های QRDA, FRQA, QRMA قابلیت نمایش دقیق مقدار دامنه نمونه‌ها را دارا نمی‌باشد روش پیشنهادی در حالت چندکاناله نیز دقت بسیار بهتری نسبت به روش QRMA دارد.

CQRDS در حالت تک کاناله از لحاظ پیچیدگی فرآیند آماده‌سازی سیگنال کوانتومی، در گام اول و دوم دارای هزینه

جدول (۱): مقایسه قابلیت‌های روش نمایش پیشنهادی CQRDS با روش‌های موجود

روش	QRDA [۱۳]	FRQA [۱۴]	QRDS [۱۵]	QRMA [۱۷]	CQRDS (C <sub>n</sub> =0)	CQRDS (C <sub>n</sub> ≠0)
کدینگ دامنه	تک‌قطبی صحیح	دوقطبی صحیح	دوقطبی اعشاری	دوقطبی صحیح	دوقطبی اعشاری	
محدوده دامنه	$[0, 2^{q-1}]$	$[-2^{q-1}, 2^{q-1} - 1]$	$[2^m - \frac{1}{2^{n-m}}, -2^m + \frac{1}{2^{n-m}}]$	$[-2^{q-1}, 2^{q-1} - 1]$	$[2^k - \frac{1}{2^{n-k}}, -2^k + \frac{1}{2^{n-k}}]$	
قابلیت چندکاناله	ندارد	ندارد	ندارد	دارد	دارد	
قابلیت تک کاناله	دارد	دارد	دارد	ندارد	دارد	
تعداد کانال‌ها	1	1	1	$2^n$	1	$2^n$
ابعاد سیگنال	$2^l$	$2^l$	$2^l$	$2^n \times 2^l$	$2^l$	$2^n \times 2^l$
تعداد کیوبیت‌های مورد نیاز	$q + 1$	$q + 1$	$k + n + 1$	$q + n + l$	$K + 1 + l$	$K + 1 + n + l$
هزینه کوانتومی مرحله اول آماده‌سازی	$O(q + l)$	$O(q + l)$	$O(k + 1 + l)$	$O(q + n + l)$	$O(k + 1 + l)$	$O(k + 1 + n + l)$
هزینه کوانتومی مرحله دوم آماده‌سازی	$O(q(l + n). 2^l)$	$O(q(l + n). 2^l + 2^l)$	$O(k + 1(l + n). 2^l + 2^l)$	$O(q(n + l). 2^{n+l})$	$O(k + 1(l + n). 2^l)$	$O(k + 1(l + n). 2^{n+l})$

تنها تفاوت آن‌ها در نحوه ذخیره‌سازی اطلاعات دامنه نمونه‌های سیگنال کوانتومی می‌باشد.

## ۶- نتیجه‌گیری

نمایش کوانتومی QRDA از کدینگ تک‌قطبی صحیح و مثبت و FRQA از کدینگ دوقطبی مثبت و منفی صحیح برای ذخیره و نمایش دامنه نمونه‌های سیگنال تک کاناله استفاده می‌کند. روش QRDS نیز با ساختاری مشابه اما کدینگ دوقطبی اعشاری برای نمایش مقادیر دامنه نمونه‌های یک سیگنال تک کاناله استفاده می‌کند. واضح است که سیگنال‌های صوتی مورد استفاده امروزی عموماً بیش از یک کاناله صوتی دارند. سیگنال‌های صوتی چندکاناله در تمام جنبه‌های عصر دیجیتال امروزه از جمله موسیقی، فیلم، سینما، کامپیوترها، دستگاه‌های صوتی و تصویری دیجیتال کاربرد گسترده‌ای دارند که به طبع در کامپیوترهای کوانتومی نسل آینده نیز استفاده از سیگنال‌های صوتی چندکاناله کوانتومی جایگاهی خاص خواهد داشت. در خصوص نمایش

در سالیان اخیر استفاده از قدرت محاسبات کوانتومی به عنوان یک ابزار قوی و نوین در حوزه‌های مختلف، بخصوص در زمینه پردازش اطلاعات و سیگنال‌های دیجیتال به یک رویکرد جدید پژوهشی تبدیل شده است. یکی از اصول اولیه در پردازش سیگنال‌های کوانتومی، نحوه نمایش سیگنال‌های کلاسیک موجود در ساختار کوانتومی می‌باشد. در خصوص نمایش کوانتومی سیگنال‌های صوتی تک کاناله تاکنون سه روش نمایشی QRDA, FRQA و QRDS ارائه شده‌اند، که هر سه با ساختار نمایشی مشابه، از دو دنباله کیوبیتی درهم‌تنیده برای نگهداری اطلاعات دامنه و زمان نمونه‌های یک سیگنال صوتی تک کاناله استفاده می‌کنند. دو روش FRQA و QRDA مشابه هم بوده و

- Computation, vol. 5105: International Society for Optics and Photonics, pp. 137-148, 2003.
- [6] S. E. Venegas-Andraca and J. Ball, "Processing images in entangled quantum systems," *Quantum Information Processing*, vol. 9, no. 1, pp. 1-11, 2010.
- [7] J. I. Latorre, "Image compression and entanglement," arXiv preprint quant-ph/0, 510031, 2005.
- [8] P. Q. Le, F. Dong, and K. Hirota, "A flexible representation of quantum images for polynomial preparation, image compression, and processing operations," *Quantum Information Processing*, vol. 10, no. 1, pp. 63-84, 2011.
- [9] Y. Zhang, K. Lu, Y. Gao, and M. Wang, "NEQR: a novel enhanced quantum representation of digital images," *Quantum Information Processing*, vol. 12, no. 8, pp. 2833-2860, 2013.
- [10] K. Liu, Y. Zhang, K. Lu, X. Wang, and X. Wang, "An Optimized Quantum Representation for Color Digital Images," *International Journal of Theoretical Physics*, pp. 1-11, 2018.
- [11] B. Sun, A. M. Ilyyasu, F. Yan, F. Dong, and K. Hirota, "An RGB multi-channel representation for images on quantum computers," *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, vol. 17, no. 3, pp. 404-417, 2013.
- [12] E. Şahin and I. Yilmaz, "QRMW: quantum representation of multi wavelength images," *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, vol. 26, no. 2, pp. 768-779, 2018.
- [13] J. Wang, "QRDA: quantum representation of digital audio," *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 55, no. 3, pp. 1622-1641, 2016.
- [14] F. Yan, A. M. Ilyyasu, Y. Guo, and H. Yang, "Flexible representation and manipulation of audio signals on quantum computers," *Theoretical Computer Science*, 2017.
- [15] P. Li, B. Wang, H. Xiao, and X. Liu, "Quantum Representation and Basic Operations of Digital Signals," *International Journal of Theoretical Physics*, vol. 57, no. 10, pp. 3242-3270, 2018.
- [16] P. Li, B. Wang, H. Xiao, and X. J. I. J. O. T. P. Liu, "Quantum Representation and Basic Operations of Digital Signals," vol. 57, no. 10, pp. 3242-3270, 2018.
- [17] E. Şahin and İ. Yilmaz, "QRMA: quantum representation of multichannel audio," *Quantum Information Processing*, vol. 18, no. 7, p. 209, 2019.
- [18] E. Şahin and I. Yilmaz, "QRMW: quantum representation of multi wavelength images," *Turkish Journal of Electrical Engineering Computer Sciences* vol. 26, no. 2, pp. 768-779, 2018.
- [19] F. Yan, A. M. Ilyyasu, Y. Guo, and H. J. T. C. S. Yang, "Flexible representation and manipulation of audio signals on quantum computers," vol. 752, pp. 71-85, 2018.
- [20] G. Yang, X. Song, W. N. Hung, F. Xie, and M. A. Perkowski, "Group theory based synthesis of binary reversible circuits," in *International Conference on Theory and Applications of Models of Computation*, Springer, pp. 365-374, 2006.
- R. K. Brayton, G. D. Hachtel, C. McMullen, and A. Sangiovanni-Vincentelli, "Logic minimization algorithms for VLSI synthesis," Springer Science & Business Media, 1984.

سیگنال‌های صوتی چند کاناله نیز تاکنون فقط یک روش QRMA ارائه شده است که همانند روش‌های QRDA و FRQA توانایی نمایش دقیق یک سیگنال دیجیتال به فرم کوانتومی را ندارد زیرا فقط قابلیت ذخیره‌سازی نمونه‌های یک سیگنال را به صورت اعداد صحیح دارا می‌باشد. علاوه بر این، هیچکدام از روش‌های تک کاناله QRDA, FRQA و QRDS قابلیت استفاده برای نمایش سیگنال‌های چندکاناله را ندارند و همچنین روش چندکاناله QRMA نیز قابلیت به‌کارگیری برای سیگنال‌های تک کاناله را ندارد و از دقت کافی در نمایش مقدار دامنه نمونه‌ها برخوردار نمی‌باشد. با توجه به اینکه چهار روش موجود هر کدام به نحوی دارای یک کاستی و نقص در نمایش سیگنال‌های صوتی کوانتومی می‌باشند و فقدان یک روش نمایش کوانتومی بی‌نقص و دقیق احساس می‌شود، بنابراین در این مقاله روش نمایش کوانتومی جامع سیگنال‌های صوتی CQRDS به‌منظور نمایش، آماده‌سازی، بازیابی و فشرده‌سازی کوانتومی سیگنال‌های صوتی چندکاناله و تک کاناله دیجیتال ارائه شد. مدل پیشنهادی با بهره‌گیری از سه دنباله کیوبیتی درهم تنیده برای نگهداری اطلاعات دامنه، زمان و کانال نمونه‌های سیگنال قادر است هر سیگنال صوت چندکاناله و یا تک کاناله دیجیتال کلاسیک با طول دلخواه و هر تعداد کانال را با دقت بالا به فرم کوانتومی آن تبدیل کند. روش پیشنهادی هم در حالت دیجیتال کلاسیک و هم در حالت کوانتومی نمونه‌های سیگنال را به فرم دوقطبی مکمل دو و اعشاری ذخیره می‌کند و توانایی پیاده‌سازی سیگنال‌های صوتی تک کانال را نیز در ساختاری بهینه‌تر از روش‌های موجود فراهم می‌کند. در این مقاله به‌منظور کاهش هزینه کوانتومی مدل پیشنهادی از یک الگوریتم فشرده‌سازی جهت کاهش هزینه آماده‌سازی سیگنال نیز استفاده شده است. در این پژوهش همچنین قابلیت‌ها و ویژگی‌های روش پیشنهادی با روش‌های موجود به‌طور کامل مقایسه شده است که این مقایسه‌ها نشان از برتری روش پیشنهادی نسبت به روش‌های موجود و جامع بودن ساختار روش پیشنهادی دارد.

## ۶- مراجع

- [1] M. A. Nielsen and I. Chuang, "Quantum computation and quantum information," ed: AAPT, 2002.
- [2] P. W. Shor, "Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring," in *Foundations of Computer Science, 1994 Proceedings, 35th Annual Symposium on, Ieee*, pp. 124-134, 1994.
- [3] L. K. Grover, "A fast quantum mechanical algorithm for database search," in *Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing*, ACM, pp. 212-219, 1996.
- [4] D. Stranneby, "Digital signal processing and applications," Elsevier, 2004.
- [5] S. E. Venegas-Andraca and S. Bose, "Storing, processing, and retrieving an image using quantum mechanics," in *Quantum Information and*

---

## Proposing a New and Comprehensive Method for Quantum Representation of Digital Audio Signals

J. Chaharlang, M. Mosleh\*, S. Rasouli Heikalabad

\*Department of Computer Engineering, Dezful Branch, Islamic Azad University, Dezful, Iran

(Received: 17/11/2019, Accepted: 01/02/2020)

### ABSTRACT

*Consequences such as increasing computational load, increasing time complexity, inability or inefficiency to implement some algorithms and processes, along with the increasing volume of information and data, bring about almost an end to classical calculations. In recent decades, quantum computing has emerged as one of the promising new technologies to overcome the limitations of classical computing, and a new generation of computers and communication networks is being formed based on it. Digital signal processing is one of the areas that has tried to use the capabilities of quantum computing. In this regard, there are a few methods for representing audio signals in quantum form, which are either unable to display accurately a digital signal in quantum form or can't be used for single-channel or multi-channel audio signals. Therefore, a comprehensive and precise method is needed. Accordingly, in this paper, a comprehensive quantum representation of digital signals (CQRDS) is proposed, which can accurately display each digital audio signal in the quantum form. Besides, it can be used to represent a variety of single-channel or multi-channel audio signals. The proposed representation uses three entangled qubit sequences, including a 2's complement fractional sequence, to store the amplitude of the samples, and two quantum sequences in true form to store the channel information and the time information of the samples. Representation, preparation, retrieval, and compression of quantum audio signals are described by the proposed method of this paper. Also, a precise comparison between the capabilities and features of the proposed method with that of the existing methods is presented, indicating its comprehensiveness.*

**Keywords:** Quantum Computing, Quantum Signal Processing, Quantum Audio, Quantum Signal Representation

---

\* Corresponding Author Email: mosleh@iaud.ac.ir